



CORE

Closeout Risk Evaluation

Fórmulas e Mapeamentos /  
Formulas and Mappings

## Sumário

1.	Introdução / <i>Introduction</i> .....	3
2.	Fórmulas de Risco / <i>Risk Formulas</i> .....	4
2.1.	Spot .....	4
2.2.	Futuros / <i>Futures</i> .....	4
2.3.	Opções Padronizadas / <i>Plain Vanilla Options</i> .....	15
2.4.	Swaps .....	21
2.5.	Termos / <i>Forwards</i> .....	21
2.6.	Opções Flexíveis / <i>Flexible Options</i> .....	23
2.7.	Títulos Públicos e Privados / <i>Corporate and Government Bonds</i> .....	26
3.	Fórmulas de Apreçamento / <i>Pricing Formulas</i> .....	32
3.1.	Futuros / <i>Futures</i> .....	32
3.2.	Opções Padronizadas / <i>Plain Vanilla Options</i> .....	37
3.3.	Swaps .....	42
3.4.	Termos / <i>Forwards</i> .....	52
3.5.	Opções Flexíveis / <i>Flexible Options</i> .....	54
3.6.	Títulos Públicos e Privados / <i>Corporate and Government Bonds</i> .....	62
4.	Fórmulas de Delta de Opções / <i>Option Delta Formulas</i> .....	69
4.1.	Opções Padronizadas / <i>Plain Vanilla Options</i> .....	69
4.2.	Opções Flexíveis / <i>Flexible Options</i> .....	71
5.	Cálculo de Volatilidade de Opções / <i>Options Volatility Calculation</i> .....	79
5.1.	Volatilidade Implícita / <i>Implied Volatility</i> .....	79
6.	Margem Mínima / <i>Minimum Margin Call</i> .....	84
6.1.	Margem Mínima de Opções / <i>Option Minimum Margin Call</i> .....	84
7.	Fórmulas Auxiliares / <i>Additional Formulas</i> .....	88
7.1.	Distribuição Normal / <i>Normal Distribution</i> .....	88
7.2.	Conversão de Taxas / <i>Rate Conversion</i> .....	91
7.3.	Interpolação / <i>Interpolation</i> .....	92
7.4.	Barreira de Opções Flexíveis / <i>Flexible Option Barrier</i> .....	95

## 1. Introdução / Introduction

Este documento tem por objetivo fornecer as fórmulas de cálculo de risco e apreçamento utilizadas pelo CORE para estimação de risco de mercado de posições nos ativos cuja BM&FBOVESPA tem o papel de CCP, quais sejam: (i) ativos negociados em pregão; (ii) ativos aceitos como garantia; (iii) ativos negociados no mercado de balcão (OTC).

Nas fórmulas especificadas as variáveis destacadas em azul negrito são **Fatores Primitivos de Risco**.

Os valores dos parâmetros dos Fatores Primitivos de Risco são disponibilizados diariamente pela BM&FBOVESPA através do arquivo Fatores Primitivos de Risco.

*The document provides the risk calculation and pricing formulas used by CORE to estimate the market risk of instruments for which BM&FBOVESPA offers central counterparty services: (i) listed contracts; (ii) assets posted as collateral; (iii) OTC contracts.*

*In these formulas the bold blue variables represent Primitive Risk Factors.*

*The values for the Primitive Risk Factors parameters are daily provided by BM&FBOVESPA in Primitive Risk Factor file.*

## 2. Fórmulas de Risco / Risk Formulas

### 2.1. Spot

a) Risco de ativos a vista (90)

*Spot Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = S_t$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do ativo a vista no dia  $t$  [spot market risk];

$S_t$ : Preço à vista do ativo no dia  $t$  [underlying];

b) Risco de ativos a vista negociados no exterior (91)

*Foreign Traded Spot Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = H_t \times S_t$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do ativo a vista no dia  $t$  [spot market risk];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$S_t$ : Preço à vista do ativo no dia  $t$  [underlying];

### 2.2. Futuros / Futures

c) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio (1)

*Exchange Rate Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{TC}(S_t; i_t; c_t) - F_{TC}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$F_{TC}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [exchange rate future value];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

$N$ : Unidade de apreçação do contrato [trading reference quantity].

## d) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta (relação direta) (2)

*Composed Exchange Rate Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{TCC}(S_t; H_t; i_t; c_t; s_t) - F_{TCC}(S_{t-1}; H_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; s_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

 $RM_t(.):$  Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk]; $F_{TCC}(.):$  Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio composta [composed exchange rate future value]; $S_t:$  Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying]; $H_t:$  Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate]; $i_t:$  Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate]; $c_t:$  Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry]; $s_t:$  Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread]; $M:$  Multiplicador do contrato [contract multiplier]; $N:$  Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

## e) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta (relação inversa) (3)

*Inverse Composed Exchange Rate Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{TCI}(S_t; H_t; i_t; c_t; s_t) - F_{TCI}(S_{t-1}; H_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; s_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

 $RM_t(.):$  Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk]; $F_{TCI}(.):$  Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio composta – relação inversa [inverse composed exchange rate future value]; $S_t:$  Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying]; $H_t:$  Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate]; $i_t:$  Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate]; $c_t:$  Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry]; $s_t:$  Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread]; $M:$  Multiplicador do contrato [contract multiplier]; $N:$  Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

## f) Risco de contratos futuros de ouro (4)

*Gold Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_O(S_t; i_t) - F_O(S_{t-1}; i_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$F_O(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de ouro [gold future value];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

$N$ : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

### g) Risco de contratos futuros de dívida externa (5)

*Foreign Bond Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times (F_{DE}(S_t; c_t) - F_{DE}(S_{t-1}; c_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$F_{DE}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de dívida externa [foreign bond future value];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

$N$ : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

### h) Risco de contratos futuros de taxa de juro – DI1 (6)

*DI1 Interest Rate Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \left( F_{DI}(N; i_t) - \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{DI}(N; i_{t-1}) \right) \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ \text{valor\_mínimo}, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$F_{DI}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de DI1 [DI1 interest rate future value];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [notional];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$S_t$ : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia  $t$  [spot index];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value]

## i) Risco de contratos futuros de taxa de juro – OC1 (16)

*OC1 Interest Rate Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \left( F_{OC}(N; i_t; s_t) - \frac{I_t}{\widetilde{I}_{t-1}} \times \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{OC}(N; i_{t-1}; s_{t-1}) \right) \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

$$\widetilde{I}_{t-1} = \begin{cases} I_{t-1}, & I_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & I_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Onde:

 $RM_t(.):$  Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk]; $F_{OC}(.):$  Fórmula para apreçamento de contratos futuros de OC1 [OC1 interest rate future value]; $N:$  Valor nocional de face do contrato futuro [notional]; $i_t:$  Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate]; $s_t:$  Spread entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread]; $I_t:$  Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia  $t$  [spot index]; $S_t:$  Índice do spread entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia  $t$  [spread index]; $M:$  Multiplicador do contrato [contract multiplier]. $valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [minimum value]

## j) Risco de contratos futuros de cupom cambial – DDI (7)

*Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – DDI*

$$RM_t(.) = \left( H_t \times F_{CC}(N; c_t) - H_{t-1} \times \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{CC}(N; c_{t-1}) \right) \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Onde:

 $RM_t(.):$  Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk]; $F_{CC}(.):$  Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial DDI [DDI foreign interest rate future value]; $N:$  Valor nocional de face do contrato futuro [notional]; $S_t:$  Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia  $t$  [spot index];

**H<sub>t</sub>**: Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

**c<sub>t</sub>**: Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

**M**: Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

valor\_mínimo = (10)<sup>-7</sup> [*mimimum value*]

k) Risco de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCC (13)

*Swap Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – SCC*

Se Data-Base < Data-Atual ( $T_0 < 0$ ):

If Base-Date < Current Date ( $T_0 < 0$ ):

$$RM_t(.) = \left( H_t \times F_{SCC}(N; c_t) - H_{t-1} \times \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{SCC}(N; c_{t-1}) \right) \times \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Se Data-Base ≥ Data-Atual ( $T_0 \geq 0$ ):

If Base-Date ≥ Current Date ( $T_0 \geq 0$ ):

$$RM_t(.) = \left( F_{SCC}\left(N; \frac{c_t}{c_{t_0}}\right) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left( \frac{H_t}{c_{t_0}} \right) \times M$$

Onde:

**RM<sub>t</sub>(.)**: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

**F<sub>SCC</sub>(.)**: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial SCC [*SCC foreign interest rate future value*];

**N**: Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

**S<sub>t</sub>**: Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [*spot index*];

**H<sub>t</sub>**: Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

**c<sub>t</sub>**: Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

**c<sub>t<sub>0</sub></sub>**: Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t, ao período e em fator, para o prazo da data de início de valorização [*underlying foreign interest rate*];

**c<sub>start</sub>**: Cupom cambial negociado em leilão, ao período e em fator, para o prazo entre a data de início de valorização e o vencimento do contrato ( $T - T_0$ ) [*start foreign interest rate*];

**M**: Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

**T<sub>0</sub>**: Prazo para a data de início de valorização, em dias de saque [*position date maturity*].

valor\_mínimo = (10)<sup>-7</sup> [*mimimum value*]

l) Risco de contratos futuros de cupom cambial – DCO (17)

*Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – DCO*

$$RM_t(.) = \left( H_t \times F_{DC}(N; c_t; s_t) - H_{t-1} \times \frac{I_t}{\widetilde{I}_{t-1}} \times \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{DC}(N; c_{t-1}; s_{t-1}) \right) \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

$$\widetilde{I}_{t-1} = \begin{cases} I_{t-1}, & I_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & I_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{DC}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial DCO [*DCO foreign interest rate future value*];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

$I_t$ : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia  $t$  [*spot index*];

$S_t$ : Índice do *spread* entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia  $t$  [*spread index*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$c_t$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

$s_t$ : *Spread* entre o cupom cambial DI com o cupom objeto do contrato no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [*mimimum value*]

m) Risco de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCS (**18**)

*Swap Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – SCS*

Se Data-Base < Data-Atual ( $T_0 < 0$ ):

If Base-Date < Current Date ( $T_0 < 0$ ):

$$RM_t(.) = \left( H_t \times F_{SCS}(N; c_t; s_t) - H_{t-1} \times \frac{I_t}{\widetilde{I}_{t-1}} \times \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{SCS}(N; c_{t-1}; s_{t-1}) \right) \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

$$\widetilde{I}_{t-1} = \begin{cases} I_{t-1}, & I_{t-1} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & I_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Se Data-Base ≥ Data-Atual ( $T_0 \geq 0$ ):

If Base-Date ≥ Current Date ( $T_0 \geq 0$ ):

Se Data-Atual = Primeiro dia do encerramento:

If Current Date = First closeout date:

$$RM_t(.) = \left( F_{SCS}(N; c_t/c_{t_0}; s_t/s_{t_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left( \frac{H_t}{c_{t_0} \times s_{t_0}} \right) \times M$$

Caso contrário:

*Otherwise:*

$$RM_t(.) = \left( F_{SCS}(N; c_t/c_{t_0}; s_t/s_{t_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left( \frac{H_t}{c_{t_0} \times s_{t_0}} \right) \times M$$

$$- \left( F_{SCS}(N; c_{t-1}/c_{t-1_0}; s_{t-1}/s_{t-1_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left( \frac{H_{t-1}}{c_{t-1_0} \times s_{t-1_0}} \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{SCS}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial SCS [*SCS foreign interest rate future value*];

$F_{SCC}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial SCC [*SCC foreign interest rate future value*];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

$I_t$ : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia  $t$  [*spot index*];

$S_t$ : Índice do *spread* entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia  $t$  [*spread index*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$c_t$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

$c_{t_0}$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data de início de valorização [*underlying foreign interest rate*];

$s_t$ : *Spread* entre o cupom cambial DI com o cupom objeto do contrato no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

$s_{t_0}$ : *Spread* entre o cupom cambial DI com o cupom objeto do contrato no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data de início de valorização do contrato [*spread*];

$c_{start}$ : Cupom cambial negociado em leilão, ao período e em fator, para o prazo entre a data de início de valorização e o vencimento do contrato ( $T - T_0$ ) [*start foreign interest rate*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$T_0$ : Prazo para a data de início de valorização, em dias de saque [*trading start maturity*];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [*mimimum value*].

## n) Risco de contratos futuros de índice (8)

*Index Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{IX}(S_t; i_t; c_t) - F_{IX}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{IX}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de índice [*index future value*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [*underlying*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*domestic interest rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$N$ : Unidade de apreção do contrato [*trading reference quantity*].

o) Risco de contratos futuros de cupom de inflação (9)

*Inflation Interest Rate Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \left( F_{CI}(N; I_t; c_t) - \frac{S_t}{\widetilde{S}_{t-1}} \times F_{CI}(N; I_{t-1}; c_{t-1}) \right) \times M$$

$$\widetilde{S}_{t-1} = \begin{cases} S_{t-1}, & S_{t-1} \neq 0 \\ \text{valor\_mínimo}, & S_{t-1} = 0 \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{CI}(.)$ : Fórmula para apreção de contratos futuros de cupom de inflação [*inflation interest rate future value*];

$N$ : Valor nocial de face do contrato futuro [*notional*];

$S_t$ : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia  $t$  [*spot index*];

$I_t$ : Índice de inflação pro rata no dia  $t$  [*pro rata inflation index*];

$c_t$ : Cupom de inflação objeto do contrato futuro no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$\text{valor\_mínimo} = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

p) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* (10)

*Forward Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{FW}(v_t) - F_{FW}(v_{t-1})) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{FW}(.)$ : Fórmula para apreção de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

Se negociado em *After Hours*, há também um fluxo adicional:

*If traded in after hours, there is also an additional cash flow:*

$$FlAd = (P_{t=0} - K) \times M$$

Onde:

$P_{t=0}$ : Preço de Ajuste do contrato futuro no dia t [*daily adjustment*];

$K$ : Preço negociado da operação [*price*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$$P_{t=0} = F_{FW}(v_{t=0})$$

Onde:

$P_{t=0}$ : Preço de Ajuste do contrato futuro no dia t [*daily adjustment*];

$F_{FW}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*];

q) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* com *spread* (12)

*Forward-Spread Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = (F_{FS}(v_t; s_t) - F_{FS}(v_{t-1}; s_{t-1})) \times M$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{FS}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* com *spread* [*forward based future value*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*];

$s_t$ : *Spread* de *forward* do contrato futuro no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

r) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* em moeda estrangeira (11)

*Forward Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times (F_{FW}(v_t) - F_{FW}(v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{FW}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

$N$ : Unidade de apreçoação do contrato [*trading reference quantity*].

Se negociado em *After Hours*, há também um fluxo adicional:

*If traded in after hours, there is also an additional cash flow:*

$$FlAd = (P_{t=0} - K) \times M$$

Onde:

$P_{t=0}$ : Preço de Ajuste do contrato futuro no dia t [*daily adjustment*];

$K$ : Preço negociado da operação [*price*];

*M*: Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$$P_{t=0} = F_{FW}(V_{t=0})$$

Onde:

$P_{t=0}$ : Preço de Ajuste do contrato futuro no dia  $t$  [*daily adjustment*];

$F_{FW}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*].

s) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* em moeda estrangeira (20)

*Forward Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \frac{H_t^{BRL/USD}}{H_t^{M1/USD}} \times (F_{FW}(v_t) - F_{FW}(v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{FW}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

$H_t^{BRL/USD}$ : Taxa de câmbio de BRL contra USD no dia  $t$  [*helper exchange rate (BRL/USD)*];

$H_t^{M1/USD}$ : Taxa de câmbio da moeda M1 contra USD no dia  $t$  [*helper exchange rate (M1/USD)*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

$N$ : Unidade de apreçoação do contrato [*trading reference quantity*].

t) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* com *spread* em moeda estrangeira (15)

*Forward-Spread Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times (F_{FS}(v_t; s_t) - F_{FS}(v_{t-1}; s_{t-1})) \times M$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [*future market risk*];

$F_{FS}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* com *spread* [*forward-spread based future value*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [*forward value*];

$s_t$ : *Spread* de *forward* do contrato futuro no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

u) Risco de contratos padronizados a termo de metais (19)

*Metal Forward Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_M(N; S_t; S_{start}; i_t) \times M$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$P_M(\cdot)$ : Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em metais [non-deliverable forward MtM];

$N$ : Unidade de apreçoação do contrato [trading reference quantity];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia  $t$  [underlying];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [start underlying value];

$i_t$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [interest rate];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

- v) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação direta) (21)

*Forward Composed Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = (F_{TCFD}(S_t; i_t; c_t; v_t) - F_{TCFD}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$F_{TCFD}(\cdot)$ : Fórmula para apreçoamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação direta) [composed Exchange rate forward based future value];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [forward value];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

$N$ : Unidade de apreçoação do contrato [trading reference quantity].

- w) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação inversa) (22)

*Inverse Forward Composed Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = (F_{TCFI}(S_t; i_t; c_t; v_t) - F_{TCFI}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato futuro no dia  $t$  [future market risk];

$F_{TCFI}(\cdot)$ : Fórmula para apreçoamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação inversa) [inverse composed Exchange rate forward based future value];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia  $t$  [underlying];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo do contrato [forward value];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

N: Unidade de apreçoação do contrato [*trading reference quantity*].

### 2.3. Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options

#### a) Risco de contratos de opção precificados pelo modelo Garman (60)

*Garman Option Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(S_t \times N; K; i_t; c_t; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t \times N; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_G(\cdot)$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [*Garman option pricing*];

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*intrinsic option value*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$N$ : Unidade de apreçoação do contrato [*trading reference quantity*].

#### b) Risco de contratos de opção com ajuste precificados pelo modelo Garman (67)

*Future-Style Garman Option Risk Evaluation*

$RM_t(\cdot)$

$$= \begin{cases} (P_G(S_t \times N; K; 0; c_t - i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi) - P_G(S_{t-1} \times N; K; 0; c_{t-1} - i_{t-1}; \sigma_{t-1}; ds_{t-1}; \varphi)) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ (P_I(S_t \times N; K; \varphi) - P_G(S_{t-1} \times N; K; 0; c_{t-1} - i_{t-1}; \sigma_{t-1}; ds_{t-1}; \varphi)) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_G(\cdot)$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [*Garman option pricing*];

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*intrinsic option value*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

$N$ : Unidade de apreçoação do contrato [*trading reference quantity*].

c) Risco de contratos de opção precificados pelo modelo Black & Scholes (**61**)

*Black & Scholes Option Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(S_t; K; i_t; 0; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_G( . )$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [*Garman option pricing*];

$P_I( . )$ : Prêmio da opção no vencimento [*intrinsic option value*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$M$ : Multiplicador do contrato ou Fator de Cotação [*contract multiplier/price factor*].

d) Risco de contratos de opção precificados pelo modelo Black & Scholes com *spread* (**70**)

*Black & Scholes Spread Option Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(S_t \times I_t; K; i_t; 0; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t \times I_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_G( . )$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [*Garman option pricing*];

$P_I( . )$ : Prêmio da opção no vencimento [*intrinsic option value*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$I_t$ : Índice do *spread* entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia  $t$  [*spread index*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

e) Risco de contratos de opção sobre futuros precificados pelo modelo Black (**62**)

*Black Option on Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(F_t; K; i'_t; i''_t; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

$$F_t = F(S_t; i_t; c_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_G(\cdot)$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [Garman option pricing];

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$F(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [future Value];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$i'_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

$M$ : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

- f) Risco de contratos de opção sobre futuro de DI precificados pelo modelo Black modificado (63)  
*Black DI Option Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_{DI} \left( F_t; K_t; N; i_k/100; \sigma; T_{dc,o}; T_{dc,f}; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi \right), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(X_t; F_t; \varphi), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

$$F_t = F_{DI}(N; i_{f,t})$$

$$K_t = F_{DI}(N; i_{o,t})$$

$$X_t = F_{DI}(N; i_k)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_{DI}(\cdot)$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Black modificado [option value];

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$F_{DI}(\cdot)$ : Fórmula de apreçamento de contratos futuros de DI1 [DI1 future value];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [notional];

$i_k$ : Taxa de juro de exercício da opção, em percentual [strike interest rate];

$i_{k,t}$ : Taxa de juro de exercício da opção, ao período e em fator, para o prazo do contrato futuro objeto [strike interest rate];

$i_{o,t}$ : Taxa de juro interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$i_{f,t}$ : Taxa de juro interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato futuro objeto [underlying interest rate];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$dc_{o,t}$ : Número de dias corridos para o vencimento da opção [calendar days to maturity];

$dc_{f,t}$ : Número de dias corridos para o vencimento do futuro objeto [*underlying calendar days to maturity*];

$ds_{o,t}$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$ds_{f,t}$ : Número de dias de saque para o vencimento do futuro objeto [*underlying reserve days to maturity*].

g) Risco de contratos de opção americana (64)

*American Option Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_A(S_t; K; i_t; c_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ P_A(K; S_t; c_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_A(\cdot)$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [*option value*];

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*intrinsic option value*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

h) Risco de contratos de opção americana sobre futuros baseados em *forward* (65)

*American Option on Forward-Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_A(S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ P_A(K; S_t; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_A(\cdot)$ : Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [*option value*];

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*intrinsic option value*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

- i) Risco de contratos de opção americana sobre futuros baseados em *forward* negociados em moeda estrangeira (69)

*American Option on Forward Based Future in Foreign Currency Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \begin{cases} H_t \times P_A(S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ H_t \times P_A(K; S_t; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ H_t \times P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.):$  Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_A(.):$  Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [option value];

$P_I(.):$  Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$K:$  Preço de exercício [strike];

$H_t:$  Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$S_t:$  Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [underlying];

$i_t:$  Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$\sigma_t:$  Volatilidade da opção no dia  $t$  [volatility];

$\varphi:$  Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$ds_t:$  Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

$M:$  Multiplicador do contrato [contract multiplier].

- j) Risco de contratos de opção americana sobre futuros (68)

*American Option on Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_A(S_t; K; i'_t; i'_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ P_A(K; S_t; i'_t; i'_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

$$F_t = F(S_t; i_t; c_t)$$

Onde:

$RM_t(.):$  Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_A(.):$  Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [option value];

$P_I(.):$  Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$F(.):$  Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [future Value];

$K:$  Preço de exercício [strike];

$S_t:$  Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [underlying];

$i'_t:$  Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$i_t:$  Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$c_t:$  Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

$\sigma_t:$  Volatilidade da opção no dia  $t$  [volatility];

$\varphi:$  Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$ds_t:$  Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

*M*: Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

k) Risco de contratos de opção binária (71)

*Binary Option Risk Evaluation*

O cálculo de Risco de contratos de opção binária é realizado de forma conjunta, com o agrupamento das posições conforme atributos abaixo:

*The Risk calculation for binary option contracts is made by grouping positions with same attributes, as follows:*

- Segmento [*Segment*]
- Mercado [*Market*]
- Mercadoria [*Commodity*]
- Categoria do Instrumento [*Security Category*]
- Vencimento [*Maturity*]
- Lado [*Side*]

Seja a seguinte representação do conjunto de opções binárias do participante, formado através dos atributos acima mencionados:

*The set of binary options positions is represented as:*

$$\text{Opções Binárias: } [b_1, b_2, \dots, b_n]$$

Onde:

*Where:*

$b_n$ : n-ésima posição de opção digital [ $n^{th}$  binary option position];

$n$ : Número de posições digitais do mesmo conjunto [*Number of binary positions in the same set*].

E seja a seguinte representação da Quantidade de contratos de uma determinada posição do conjunto de Opções Binárias:

*The binary option position quantity is represented as:*

$$\text{Quantidade}_{b_i}$$

Onde:

*Where:*

$b_i$ : i-ésima posição de opção digital [ $i^{th}$  binary option position];

$\text{Quantidade}_{b_i}$ : Quantidade de contratos da opção binária  $b_i$  [ $b_i$  position Quantity].

Procura-se pela posição com o maior potencial de risco ( $wp$ ), onde a Quantidade é a menor:

*Looking for the smaller position quantity as follows:*

$$wp = \operatorname{argmin}_i \text{Quantidade}_{b_i}$$

Dado o conjunto de opções binárias, o cálculo de Risco dos contratos de opções digitais é dado por:

*With a given set of binary option positions, the Risk Evaluation is made as follows:*

$$p = \begin{cases} 1, & \text{se } [if] wp = i \\ 0, & \text{caso contrário[otherwise]} \end{cases}$$

$$RM(K; S; M; du; dp; p; \varphi) = \begin{cases} 100 \times M, & \text{se } [if] (du \leq dp \text{ e [and]} K = S \text{ e [and]} S \neq 0) \\ 100 \times M, & \text{se } [if] (du > dp \text{ e [and]} p = 1) \\ 100 \times M, & \text{se } [if] (S = 0 \text{ e [and]} p = 1) \\ 0, & \text{caso contrário[otherwise]} \end{cases}$$

Onde:

$RM(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção binária [*binary option market risk*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$S$ : Valor do indicador do ativo-objeto [*underlying*];

$M$ : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

$i$ :  $i$ -ésima posição de opção binária [ $i^{th}$  *binary option position*]

$wp$ :  $wp$ -ésima posição de opção digital com o maior potencial de risco [ $wp^{th}$  *worst binary option position*];

$p$ : indicador de posição com maior potencial de risco (sim = 1 / não = 0) [*worst position indicator*];

$\varphi$ : Indicador do lado da posição comprado/vendido (comprado = 1 / vendido = -1) [*long (1) / short (-1) indicator*];

$du$ : Número de dias úteis para o vencimento do contrato [*business days to maturity*];

$dp$ : Parâmetro indicando a quantidade de dias úteis entre a data de vencimento e a data do evento [*business days between maturity date and event date*];

## 2.4. Swaps

### a) Risco de contratos de swap

*Swap Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_{A,t} - P_{P,t}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de swap no dia  $t$  [*swap market risk*];

$P_{A,t}$ : MtM da ponta ativa de um swap no dia  $t$  [*swap active leg MtM*]\*;

$P_{P,t}$ : MtM da ponta passiva de um swap no dia  $t$  [*swap passive leg MtM*]\*.

\*Para os swaps, os FPRs estão definidos nas fórmulas de MtM de cada ponta (ver Fórmulas de Aprecamento)

\*Swaps related Primitive Risk Factors are described on MtM formulas of each side (see Pricing Formulas)

## 2.5. Termos / Forwards

### a) Risco de contratos a termo em metais (151)

*Metal Non-deliverable Forward Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_M(N; S_t; S_{start}; i_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato a termo no dia  $t$  [*non-deliverable forward market risk*];

$P_M(\cdot)$ : Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em metais [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia  $t$  [*underlying*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$i_t$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*].

b) Risco de contratos a termo em taxa de câmbio (**152**)

*Exchange Rate Non-deliverable Forward Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_{TC}(N; S_t; S_{start}; i_t; c_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato a termo no dia  $t$  [*non-deliverable forward market risk*];

$P_{TC}(\cdot)$ : Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em taxa de câmbio [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia  $t$  [*underlying*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$i_t$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*].

c) Risco de contratos a termo em taxa de câmbio composta – relação direta (**153**)

*Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{TCC}(N; S_t; S_{start}; c_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato a termo no dia  $t$  [*non-deliverable forward market risk*];

$P_{TCC}(\cdot)$ : Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em taxa de câmbio composta [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia  $t$  [*underlying*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*];

$s_t$ : Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*].

d) Risco de contratos a termo em taxa de câmbio composta – relação inversa (**154**)

*Inverse Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{TCI}(N; S_t; S_{start}; c_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato a termo no dia  $t$  [*non-deliverable forward market risk*];

$P_{TCI}(\cdot)$ : Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em taxa de câmbio composta inversa [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia  $t$  [*underlying*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*];

$s_t$ : Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*].

e) Risco de contratos a termo de ações (155)

*Equity Forward Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \min(S_{start} - S_t \times i_t; 0)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato a termo no dia  $t$  [*equity forward market risk*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia  $t$  [*underlying*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$i_t$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*].

f) Risco de contratos de empréstimo de ações (156)

*Equity Lending Risk Evaluation*

$$R_t(\cdot) = S_t$$

Onde:

$R_t(\cdot)$ : Risco do contrato de empréstimo no dia  $t$  [*equity forward market risk*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto no dia  $t$  [*underlying*].

## 2.6. Opções Flexíveis / Flexible Options

a) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Garman (181)

*Garman Flexible Option Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; c_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_{Flex}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

$N$ : Valor nocional do contrato [notional];

$S_t$ : Preço à vistaPreço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$  – taxa continuamente composta [cost of carry];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

b) Risco de contratos de opção flexível de taxa de câmbio composta – Garman (relação direta) (185)

*Garman Composed Exchange Rate Flexible Option Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t \times H_t; K; i_t; c_t + s_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t \times H_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_{Flex}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

$N$ : Valor nocional do contrato [notional];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [underlying];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia  $t$  – taxa continuamente composta [cost of carry];

$s_t$ : Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia  $t$  – taxa continuamente composta [spread];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

c) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Black & Scholes (182)

*Black & Scholes Flexible Option Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; 0; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [option market risk];

$P_{Flex}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*flexible option intrinsic value*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [*flexible options parameters*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*].

d) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Black (183)

*Black Flexible Option Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_{Flex}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [*flexible option pricing*];

$P_{IFlex}(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*flexible option intrinsic value*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [*flexible options parameters*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*].

e) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Black em moeda estrangeira (184)

*Black Flexible Option in Foreign Currency Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} H_t \times P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ H_t \times P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do contrato de opção no dia  $t$  [*option market risk*];

$P_{Flex}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [*flexible option pricing*];

$P_{IFlex}(\cdot)$ : Prêmio da opção no vencimento [*flexible option intrinsic value*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$S_t$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia  $t$  [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i_t$ : Taxa de juro interna livre de risco no dia  $t$  – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma_t$ : Volatilidade da opção no dia  $t$  [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [*flexible options parameters*];

$ds_t$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [*reserve days to maturity*].

## 2.7. Títulos Públicos e Privados / *Corporate and Government Bonds*

### a) Risco de títulos pré-fixados (30)

*Prefixed Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_{PR}(N; i_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [*bond market risk*];

$P_{PR}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados [*bond present value*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$i_t$ : Taxa de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*].

### b) Risco de títulos pré-fixados com pagamento de cupons (31)

*Prefixed Coupon Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_{PRC}(N; i_t; r; n; p; n_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [*bond market risk*];

$P_{PRC}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados com cupom [*bond present value*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$i_t$ : Conjunto de taxas de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [*interest rate*];

$r$ : Taxa de juro pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

$n$ : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

$n_t$ : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia  $t$  (inclusive). Caso dia  $t$  seja o primeiro dia do encerramento,  $n_t = 0$  [*coupons paid*];

$p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

### c) Risco de títulos pós-fixados (32)

*Postfixed Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_{PO}(V_0; S; S_0; i_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [*bond market risk*];

$P_{PO}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados [*bond present value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

**S:** Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

**S<sub>0</sub>:** Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

**i<sub>t</sub>:** Taxa de juros no dia *t*, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*].

d) Risco de títulos pós-fixados com pagamento de cupons (33)

*Postfixed Coupon Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{POC}(V_0; S; S_0; i_t; r; n; p; n_t)$$

Onde:

**RM<sub>t</sub>(.)**: Risco de Mercado do título no dia *t* [*bond market risk*];

**P<sub>POC</sub>(.)**: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados com cupom [*bond present value*];

**V<sub>0</sub>**: Valor Nocial Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

**S:** Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

**S<sub>0</sub>:** Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

**i<sub>t</sub>:** Conjunto de taxas de juros no dia *t*, ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [*interest rate*];

**r:** Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

**n:** Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

**n<sub>t</sub>**: Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia *t* (inclusive). Caso dia *t* seja o primeiro dia do encerramento, **n<sub>t</sub> = 0** [*coupons paid*];

**p:** Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

e) Risco de títulos pós-fixados com correção e pagamento de cupons (41)

*Postfixed Accrual Coupon Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{PACR}(V_0; S; S_0; I; i_t; r; n; p; n_t)$$

Onde:

**RM<sub>t</sub>(.)**: Risco de Mercado do título no dia *t* [*bond market risk*];

**P<sub>PACR</sub>(.)**: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados com correção e pagamento de cupom [*bond present value*];

**V<sub>0</sub>**: Valor Nocial Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

**S:** Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

**S<sub>0</sub>:** Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

**I:** Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*];

**i<sub>t</sub>:** Conjunto de taxas de juros no dia *t*, ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [*interest rate*];

**r:** Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

**n:** Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

**n<sub>t</sub>**: Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia *t* (inclusive). Caso dia *t* seja o primeiro dia do encerramento, **n<sub>t</sub> = 0** [*coupons paid*];

**p:** Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

<b>CORE – Closeout Risk Evaluation</b>	Versão 1.19 / Version 1.19 Março de 2025 / March 2025	
--	--	---

f) Risco de títulos pós-fixados baseados em taxa *Libor* (34)

*Libor Based Postfixed Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{LIB}(V_0; S; S_0; i_t; r; t1)$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [*bond market risk*];

$P_{LIB}(. )$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados baseados em *Libor* [*bond present value*];

$V_0$ : Valor Nocial Atualizado do título pós-fixado na data de referêcia [*notional reference date value*];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referêcia [*reference date index value*];

$r$ : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

$t1$ : Prazo para o próximo cupom [*next coupon maturity*];

$i_t$ : Taxa de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do próximo cupom [*interest rate*].

g) Risco de Cédulas de Produtos Rurais pré-fixadas (CPR) (35)

*Prefixed Rural Product Note Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{CPRE}(N; i_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado da cédula no dia  $t$  [*note market risk*];

$P_{CPRE}(. )$ : Fórmula para apreçamento de Cédulas de Produtos Rurais pré-fixadas [*note present value*];

$N$ : Valor nocional da cédula [*notional*];

$i_t$ : Taxa de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da cédula [*interest rate*];

$s_t$ : Spread de crédito no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da cédula [*spread*].

h) Risco de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas (CPR) (36)

*Postfixed Rural Product Note Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{CPOS}(H_t; Q; v_t; i_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado da cédula no dia  $t$  [*note market risk*];

$P_{CPOS}(. )$ : Fórmula para apreçamento de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas [*note present value*];

$Q$ : Quantidade ofertada na cédula [*offer quantity*];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [*helper exchange rate*];

$v_t$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia  $t$ , para o prazo da cédula [*forward value*];

$i_t$ : Taxa de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da cédula [*interest rate*];

$s_t$ : Spread de crédito no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da cédula [*spread*].

i) Risco de Cédulas de Produtos Rurais de liquidação física (CPR) (37)

*Physical Settlement Rural Product Note Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = P_{CPOS}(H_t; Q; K; i_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado da cédula no dia  $t$  [note market risk];

$P_{CPOS}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas [note present value];

$Q$ : Quantidade ofertada na cédula [offer quantity];

$K$ : Valor negociado para liquidação da cédula [forward value];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$i_t$ : Taxa de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da cédula [interest rate];

$s_t$ : Spread de crédito no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da cédula [spread].

j) Risco de títulos internacionais pré-fixados (38)

*International Prefixed Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{PR}(N; i_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [bond market risk];

$P_{PR}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados [bond present value];

$N$ : Valor nocional do título [notional];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$i_t$ : Taxa de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do título [interest rate].

k) Risco de títulos internacionais pré-fixados com pagamento de cupons (39)

*International Prefixed Coupon Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{PRCI}(N; i_t; r/p; n_t; 1)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [bond market risk];

$P_{PRCI}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos internacionais pré-fixados com cupom [international bond present value];

$N$ : Valor nocional do título [notional];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$i_t$ : Conjunto de taxas de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [interest rate];

$r$ : Taxa de juro pré-fixada [pre-fixed interest rate];

$n_t$ : Número de cupons restantes [coupons quantity];

$p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [coupon frequency].

l) Risco de títulos internacionais pós-fixados com pagamento de cupons (40)

*International Postfixed Coupon Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{POCI}(V_0; S; S_0; i_t; r/p; n_t; 1)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [bond market risk];

$P_{POCI}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos internacionais pós-fixados com cupom [international bond present value];

$V_0$ : Valor Nocial Atualizado do título pós-fixado na data de referência [notional reference date value];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [current index value];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [reference date index value];

$i_t$ : Conjunto de taxas de juros no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [interest rate];

$r$ : Taxa de juros pré-fixada [pre-fixed interest rate];

$n_t$ : Número de cupons restantes [coupons quantity];

$p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [coupon frequency].

m) Risco de títulos internacionais precificados utilizando *Duration* (42)

*International Duration Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_D(P_0; D; y_{t,T}; y_{0,T})$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [bond market risk];

$P_D(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos utilizando *Duration* [bond present value];

$P_0$ : MtM do título na data de cálculo [present value];

$H_t$ : Taxa de câmbio auxiliar no dia  $t$  [helper exchange rate];

$D$ : Valor da *Duration* do título [duration];

$y_{t,T}$ : Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [current date yield];

$y_{0,T}$ : Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [reference date yield].

n) Risco de títulos de renda fixa privada (43)

*Corporate Bond Risk Evaluation*

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_0 \times \max(1 + \min(-D \times (y_{t,T} - y_{0,T} + s_{t,T} - s_{0,T}); 0); 0) - K, & \text{se } Q > 0 \text{ (compra)} \\ P_0 \times (1 + \max(-D \times (y_{t,T} - y_{0,T} - s_{t,T} + s_{0,T}); 0)) - K, & \text{se } Q < 0 \text{ (venda)} \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$ : Risco de Mercado do título no dia  $t$  [bond market risk];

$P_0$ : MtM do título na data de cálculo [present value];

$Q$ : Quantidade da operação [quantity];

$K$ : Preço negociado da operação [price];

$D$ : Valor da *Duration* do título [duration];

$y_{t,T}$ : Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [current date yield];

**$y_{0,T}$** : Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date yield*];

**$s_{t,T}$** : *Spread* de crédito do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [*current date spread*];

**$s_{0,T}$** : *Spread* de crédito do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date spread*].

**o) Risco da ponta financeira de uma compromissada prefixada (50)**

*Prefixed Repo Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{CEPRE}(V_0; r; H)$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado da compromissada no dia  $t$  [*repo market risk*];

$P_{CEPRE}(. )$ : Fórmula Geral para apreçamento da ponta financeira de uma compromissada prefixada [*repo present value*];

$V_0$ : Valor nocional atualizado da ponta financeira de uma compromissada na data de referência [*repo reference date value*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saques [*holding period*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*].

**p) Risco da ponta financeira de uma compromissada em taxa de juro (51)**

*Interest Rate Repo Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = P_{CETJ}(V_0; S; S_0; r; p; H)$$

Onde:

$RM_t(.)$ : Risco de Mercado da compromissada no dia  $t$  [*repo market risk*];

$P_{CETJ}(. )$ : Fórmula Geral para apreçamento da ponta financeira de uma compromissada em taxa de juro [*repo present value*];

$V_0$ : Valor nocional atualizado da ponta financeira de uma compromissada na data de referência [*repo reference date value*];

**$S$** : Índice da taxa de juro atual [*current interest rate index*];

**$S_0$** : Índice da taxa de juro da data de referência [*reference date interest rate index*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saques [*holding period*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*];

$p$ : Percentual de valorização negociado em contrato [*valuation percentage*].

### 3. Fórmulas de Apreçamento / Pricing Formulas

#### 3.1. Futuros / Futures

- a) Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros

*Future Value*

$$F(S; i; c) = S \times \frac{i}{c}$$

Onde:

$F(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

- b) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio

*Exchange Rate Future Value*

$$F_{TC}(S; i; c) = F(S; i; c)$$

Onde:

$F_{TC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de taxa de câmbio [*exchange rate future value*];

$F(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

- c) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta (relação direta)

*Composed Exchange Rate Future Value*

$$F_{TCC}(S; H; i; c; s) = \frac{H \times F_{TC}(S; i; c)}{s}$$

Onde:

$F_{TCC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*composed exchange rate future value*];

$F_{TC}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

$H$ : Taxa de câmbio auxiliar [*helper exchange rate*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

$s$ : *Spread* de cupom cambial [*spread*].

- d) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta (relação inversa)  
*Inverse Composed Exchange Rate Future Value*

$$F_{TCI}(S; H; i; c; s) = \frac{H \times F_{TC}(1/S; i; c)}{s}$$

Onde:

$F_{TCI}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*inverse composed exchange rate future value*];

$F_{TC}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

$H$ : Taxa de câmbio auxiliar [*helper exchange rate*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

$s$ : *Spread* de cupom cambial [*spread*].

- e) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de ouro  
*Gold Future Value*

$$F_O(S; i) = F(S; i; 1)$$

Onde:

$F_O(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de ouro [*gold future value*];

$F(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco, ao período e em fator [*domestic interest rate*].

- f) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de dívida externa  
*Foreign Bond Future Value*

$$F_{DE}(S; c) = F(S; c; 1)$$

Onde:

$F_{TC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de dívida externa [*foreign bond future value*];

$F(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

- g) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de juro  
*Interest Rate Future Value*

$$F_I(N; i) = \frac{N}{i}$$

Onde:

$F_I(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro sobre taxa de juro [interest rate future value];

$N$ : Valor nocial de face do contrato futuro [notional];

$i$ : Taxa de juro objeto do contrato futuro [underlying interest rate].

- h) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de juro – DI1

*DI1 Interest Rate Future Value*

$$F_{DI}(N; i) = F_I(N; i)$$

Onde:

$F_{DI}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de taxa de juro [DI1 interest rate future value];

$F_I(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [interest rate future value];

$N$ : Valor nocial de face do contrato futuro [notional];

$i$ : Taxa de juro objeto do contrato futuro [underlying interest rate].

- i) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de juro – OC1

*OC1 Interest Rate Future Value*

$$F_{OC}(N; i; s) = \frac{F_I(N; i)}{s}$$

Onde:

$F_{OC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de taxa de juro [future value];

$F_I(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [interest rate future value];

$N$ : Valor nocial de face do contrato futuro [notional];

$i$ : Taxa de juro objeto do contrato futuro [underlying interest rate];

$s$ : Spread de taxas de juro [spread].

- j) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial – DDI

*Foreign Interest Rate Future Value – DDI*

$$F_{CC}(N; c) = F_I(N; c)$$

Onde:

$F_{CC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de cupom cambial [foreign interest rate future value];

$F_I(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [interest rate future value];

$N$ : Valor nocial de face do contrato futuro [notional];

$c$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro [underlying foreign interest rate].

- k) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCC

*Swap Foreign Interest Rate Future Value – SCC*

$$F_{SCC}(N; c) = -F_{CC}(N; c)$$

Onde:

$F_{SCC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de swap de cupom cambial [*swap foreign interest rate future value*];

$F_{CC}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial [*foreign interest rate future value*];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

$c$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*].

- I) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial – DCO

*Foreign Interest Rate Future Value – DCO*

$$F_{DC}(N; c; s) = \frac{F_I(N; c)}{s}$$

Onde:

$F_{DC}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de cupom cambial [*foreign interest rate future value – DCO*];

$F_I(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

$c$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*];

$s$ : *Spread* de taxa de juros [*spread*].

- m) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCS

*Swap Foreign Interest Rate Future Value – SCS*

$$F_{SCS}(N; c; s) = -F_{DC}(N; c; s)$$

Onde:

$F_{SCS}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de swap de cupom cambial [*swap foreign interest rate future value – SCS*];

$F_{DC}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial [*foreign interest rate future value – DCO*];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

$c$ : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*];

$s$ : *Spread* de taxa de juros [*spread*].

- n) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de índice

*Index Future Value*

$$F_{IX}(S; i; c) = F(S; i; c)$$

Onde:

$F_{IX}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de índice [*index future value*];

$F(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

*c*: Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

- o) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom de inflação

*Inflation Interest Rate Future Value*

$$F_{CI}(N; I; c) = I \times F_I(N; c)$$

Onde:

$F_{CI}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro de cupom de inflação [*inflation interest rate future value*];

$F_I(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];

$N$ : Valor nocional de face do contrato futuro [*notional*];

$I$ : Índice de inflação pro rata [*pro rata inflation index*];

$c$ : Cupom de inflação objeto do contrato futuro [*underlying inflation interest rate*].

- p) Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros com base em curvas *forward*

*Forward Based Future Value*

$$F_{FW}(v) = v$$

Onde:

$F_{FW}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*forward future value*];

$v$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*].

- q) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação direta)

*Composed Exchange Rate Forward Based Future Value*

$$F_{TCFD}(S; i; c; v) = F_{FW}(v) \times F_{TC}(S; i; c)$$

Onde:

$F_{TCFD}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*composed exchange rate forward based future value*];

$F_{FW}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros com base em curvas forward [*forward based future value*];

$F_{TC}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

$v$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*].

- r) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação inversa)

*Inverse Composed Exchange Rate Forward Based Future Value*

$$F_{TCFI}(S; i; c; v) = \frac{F_{TC}(S; i; c)}{\widetilde{F_{FW}}(v)}$$

$$\widetilde{F_{FW}}(v) = \begin{cases} F_{FW}(v), & F_{FW}(v) \neq 0 \\ valor\_mínimo, & F_{FW}(v) = 0 \end{cases}$$

Onde:

$F_{TCFI}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*inverse composed exchange rate forward based future value*];

$F_{FW}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros com base em curvas forward [*forward based future value*];

$F_{TC}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

$v$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [*mimimum value*].

- s) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com base em curvas *forward* com *spread*  
*Forward-Spread Based Future Value*

$$F_{FS}(v; s) = v \times s$$

Onde:

$F_{FS}(\cdot)$ : Preço de Ajuste do contrato futuro [*future value*];

$v$ : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*];

$s$ : *Spread* de *forward* do contrato futuro [*spread*].

### 3.2. Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options

- a) Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções (Black-Scholes Generalizado)

*Generalized Black-Scholes Option Pricing*

$$P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times \left( S \times e^{-c \cdot T} \times N(d_1) - K_G \times e^{-i \cdot T} \times N(d_2) \right)$$

$$K_G = \begin{cases} K, & K \neq 0 \\ valor\_mínimo, & K = 0 \end{cases}$$

$$\sigma_G = \begin{cases} \sigma, & \sigma > 0 \\ valor\_mínimo, & \sigma \leq 0 \end{cases}$$

$$d_1(S; K_G; i; c; \sigma_G; T; \varphi) = \varphi \times \frac{\ln(S/K_G) + \left( i - c + \frac{\sigma_G^2}{2} \right) \times T}{\sigma_G \times \sqrt{T}}$$

$$d_2(S; K_G; i; c; \sigma_G; T; \varphi) = \varphi \times \frac{\ln(S/K_G) + \left(i - c - \frac{\sigma_G^2}{2}\right) \times T}{\sigma_G \times \sqrt{T}}$$

$$T = ds/252$$

Onde:

$P_G(\cdot)$ : Prêmio da opção [option value];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$N(\cdot)$ : Função de probabilidade Normal Padrão acumulada [standard normal cdf];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity];

$ds$ : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

b) Fórmula para apreçamento de contratos de opções sobre futuro de DI (Black Modificado)

*Black Option on DI Future Pricing*

$$P_{DI}(F; K; i_k; \sigma; T_{dc,o}; T_{dc,f}; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi) = \delta \times P_G(S; K'; \mathbf{0}; \mathbf{0}; \sigma; T_{dc,o}; \varphi)$$

$$\delta = \frac{F \times (T_{dc,f} - T_{dc,o})}{1 + K' \times (T_{dc,f} - T_{dc,o})}$$

$$S = \frac{K/F - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

$$K' = \frac{(1 + i_k)^{(T_{ds,f} - T_{ds,o})} - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

Onde:

$P_{DI}(\cdot)$ : Prêmio da opção [option value];

$P_G(\cdot)$ : Fórmula geral para apreçamento da opção (Garman) [Garman Option Pricing];

$F$ : Valor do futuro ativo-objeto da opção [long future value];

$K$ : Valor do futuro cujo vencimento coincide com o vencimento da opção [short future value];

$i_k$ : Taxa de juro de exercício da opção, ao ano, para o prazo do contrato [strike interest rate];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$T_{dc,o}$ : Prazo para vencimento da opção, em dias corridos, em anos [calendar days maturity];

$T_{dc,o} = dc/360$

$T_{dc,f}$ : Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias corridos, em anos [underlying calendar days maturity];

$$T_{dc,f} = dc/360$$

$T_{ds,o}$ : Prazo para vencimento da opção, em dias de saque, em anos [reserve days maturity];

$$T_{ds,o} = ds/252$$

$T_{ds,f}$ : Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias de saque, em anos [underlying reserve days maturity];

$$T_{ds,f} = ds/252$$

c) Fórmula geral para apreçamento de contratos de opções americanas (Haug)

*American Option Pricing*

$$P_A(S; K; i; c; \sigma; T) = \begin{cases} P_G(S; K; i; c; \sigma; T; 1), & \text{se } (c \leq 0) \\ \text{Haug}(S; K; i; c; \sigma; T), & \text{se } (c > 0) \end{cases}$$

Se  $S \geq I_2$ :

If  $S \geq I_2$ :

$$\text{Haug}(S, K, i, c, \sigma, T) = S - K$$

Senão:

Else:

$$\text{Haug}(S, K, i, c, \sigma, T)$$

$$\begin{aligned} &= \alpha_2 \times S^{\beta_{lim}} - \alpha_2 \times \varphi(S, t_1, \beta, I_2, I_2) + \varphi(S, t_1, 1, I_2, I_2) - \varphi(S, t_1, 1, I_1, I_2) \\ &- K \times \varphi(S, t_1, 0, I_2, I_2) + K \times \varphi(S, t_1, 0, I_1, I_2) + \alpha_1 \times \varphi(S, t_1, \beta, I_1, I_2) \\ &- \alpha_1 \times \psi(S, T, \beta, I_1, I_2, I_1, t_1) + \psi(S, T, 1, I_1, I_2, I_1, t_1) - \psi(S, T, 1, K, I_2, I_1, t_1) \\ &- K \times \psi(S, T, 0, I_1, I_2, I_1, t_1) + K \times \psi(S, T, 0, K, I_2, I_1, t_1) \end{aligned}$$

Onde:

Where:

$$\alpha_1 = (I_1 - K) \times I_1^{-\beta}$$

$$\alpha_2 = (I_2 - K) \times I_2^{-\beta}$$

$$\beta = \left(0,5 - \frac{i - c}{\sigma^2}\right) + \sqrt{\left(0,5 - \frac{i - c}{\sigma^2}\right)^2 + 2 \times i / \sigma^2}$$

$$\beta_{lim} = \min \left[ \beta; \frac{300}{\log(S)} \right]$$

A Fórmula  $\varphi(S, T, \gamma, H, I)$  é dada por:

Define  $\varphi(S, T, \gamma, H, I)$  as follows:

$$\varphi(S, T, \gamma, H, I) = e^{\lambda \times T} \times S^{\gamma_{lim}} \times \left[ N(-d_1) - \left(\frac{I}{S}\right)^{k_{lim}} \times N(-d_2) \right]$$

$$d_1(S, H, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln(S/H) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$d_2(S, H, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{I^2}{S \times H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$\lambda = -i + \gamma \times (i - c) + 0,5 \times \gamma \times (\gamma - 1) \times \sigma^2$$

$$\gamma_{lim} = \min \left[ \gamma; \frac{300}{\log(S)} \right]$$

$$k = \frac{2 \times (i - c)}{\sigma^2} + (2 \times \gamma - 1)$$

$$k_{lim} = \begin{cases} k & , \frac{I}{S} \leq 1 \\ \min \left[ k; \frac{300}{\log \left( \frac{I}{S} \right)} \right] & , \frac{I}{S} > 1 \end{cases}$$

$$I_1 = B_0 + (B_\infty - B_0) \times (1 - e^{h_1})$$

$$I_2 = B_0 + (B_\infty - B_0) \times (1 - e^{h_2})$$

$$h_1 = - \left( (i - c) \times t_1 + 2 \times \sigma \times \sqrt{t_1} \right) \times \frac{K^2}{(B_\infty - B_0) \times B_0}$$

$$h_2 = - \left( (i - c) \times T + 2 \times \sigma \times \sqrt{T} \right) \times \frac{K^2}{(B_\infty - B_0) \times B_0}$$

$$t_1 = 0,5 \times (\sqrt{5} - 1) \times T$$

$$B_\infty = \frac{\beta}{\beta - 1} \times K$$

$$B_0 = \begin{cases} \text{se [if]} \ c = 0; \ K \times i \\ \text{senão [else]}, \ \max[K; (K \times i)/c] \end{cases}$$

A Fórmula  $\psi(S, T, i, c, \sigma, \gamma, H, I_1, I_2, t_1)$  é dada por:

Define  $\psi(S, T, i, c, \sigma, \gamma, H, I_1, I_2, t_1)$  as follows:

$$\begin{aligned}\psi(S, T, i, c, \sigma, \gamma, H, I_1, I_2, t_1) \\ = e^{\lambda \times T} \times S^{\gamma_{lim}} \\ \times \left[ M(-e_1, -f_1, \rho) - \left( \frac{I_2}{S} \right)^{k_{lim\_1}} \times M(-e_2, -f_2, \rho) - \left( \frac{I_1}{S} \right)^{k_{lim\_2}} \times M(-e_3, -f_3, -\rho) \right. \\ \left. + \left( \frac{I_1}{I_2} \right)^{k_{lim\_3}} \times M(-e_4, -f_4, -\rho) \right]\end{aligned}$$

$$\rho = \sqrt{t_1/T}$$

$$k_{lim\_1} = \begin{cases} k & , \frac{I_2}{S} \leq 1 \\ \min \left[ k; \frac{300}{\log \left( \frac{I_2}{S} \right)} \right] & , \frac{I_2}{S} > 1 \end{cases}$$

$$k_{lim\_2} = \begin{cases} k & , \frac{I_1}{S} \leq 1 \\ \min \left[ k; \frac{300}{\log \left( \frac{I_1}{S} \right)} \right] & , \frac{I_1}{S} > 1 \end{cases}$$

$$k_{lim\_3} = \begin{cases} k & , \frac{I_1}{I_2} \leq 1 \\ \min \left[ k; \frac{300}{\log \left( \frac{I_1}{I_2} \right)} \right] & , \frac{I_1}{I_2} > 1 \end{cases}$$

$$e_1(S, I_1, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln \left( \frac{S}{I_1} \right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$e_2(S, I_1, I_2, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln \left( \frac{I_2^2}{S \times I_1} \right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$e_3(S, I_1, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln \left( \frac{S}{I_1} \right) - [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$e_4(S, I_1, I_2, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln \left( \frac{I_2^2}{S \times I_1} \right) - [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$f_1(S, H, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln \left( \frac{S}{H} \right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$f_2(S, H, I_2, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{I_2^2}{S \times H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$f_3(S, H, I_1, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{I_1^2}{S \times H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$f_4(S, H, I_1, I_2, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{S \times I_1^2}{H \times I_2^2}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

Onde:

$P_A(\cdot)$ : Prêmio da opção [*american option value*];

$P_G(\cdot)$ : Fórmula geral para apreçamento da opção (Garman) [*Garman Option Pricing*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*];

$T = ds/252$

$N(\cdot)$ : Distribuição normal padrão acumulada univariada [*standard normal cdf*];

$M(\cdot)$ : Distribuição normal padrão acumulada bivariada [*bivariate standard normal cdf*].

- d) Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções no vencimento (Valor Intrínseco)  
*Option Intrinsic Value Pricing*

$$P_I(S; K; \varphi) = \max(\varphi \times (S - K); 0)$$

Onde:

$P_I(\cdot)$ : Prêmio da opção [*option value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

### 3.3. Swaps

- a) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em taxa de juro  
*Interest Rate Swap Current Value*

$$VBA_{TJ}(V_0; S; S_0; r; p; H) = V_0 \times \left[ 1 + \left( \left( \frac{S}{\bar{S}_0} \right)^{1/H} - 1 \right) \times p \right]^H \times \bar{R}$$

$$\bar{S}_0 = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

$$\bar{R} = \begin{cases} (1+r)^{H/252}, & r > -1 \\ valor\_mínimo, & r \leq -1 \end{cases}$$

Onde:

$VBA_{TJ}(\cdot)$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap [*swap current value*];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

$S$ : Índice da taxa de juro atual [*current interest rate index*];

$S_0$ : Índice da taxa de juro da data de referência [*reference date interest rate index*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saque [*holding period*];

$p$ : Percentual de valorização negociado em contrato [*valuation percentage*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato, ao ano [*prefixed interest rate*].

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*]

b) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em índice

*Index Swap Current Value*

$$VBA_{IN}(V_0; S; S_0) = V_0 \times \frac{S}{\bar{S}_0}$$

$$\bar{S}_0 = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

Onde:

$VBA_{IN}(\cdot)$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap [*swap current value*];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

$S$ : Valor do índice atual [*current index*];

$S_0$ : Valor do índice da data de referência [*reference date index*];

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

c) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em índice com correção

*Index Accrual Swap Current Value*

$$VBA_{ACR}(V_0; S; S_0; I) = V_0 \times I \times \frac{S}{\bar{S}_0}$$

$$\bar{S}_0 = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

Onde:

$VBA_{ACR}(\cdot)$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap [swap current value];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$S$ : Valor do índice atual [current inflation index];

$S_0$ : Valor do índice na data de referência [reference date inflation index];

$I$ : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [pro-rata accrual index];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

- d) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em taxa de câmbio composta – relação direta  
*Composed Exchange Rate Swap Current Value*

$$VBA_{TCC}(V_0; S; S_0; M; M_0) = V_0 \times \frac{S \times M}{\bar{S}_0 \times \bar{M}_0}$$

$$\bar{S}_0 = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

$$\bar{M}_0 = \begin{cases} M_0, & M_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & M_0 = 0 \end{cases}$$

Onde:

$VBA_{TCC}(\cdot)$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap [swap current value];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$S$ : Taxa de câmbio atual [current exchange rate];

$S_0$ : Taxa de câmbio da data de referência [reference date exchange rate];

$M$ : Taxa de câmbio auxiliar atual [current helper exchange rate];

$M_0$ : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [reference date helper exchange rate];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

- e) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em taxa de câmbio composta – relação inversa  
*Inverse Composed Exchange Rate Swap Current Value*

$$VBA_{TCI}(V_0; S; S_0; M; M_0) = V_0 \times \frac{M/\bar{S}}{\bar{M}_0/S_0}$$

$$\bar{S} = \begin{cases} S, & S \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S = 0 \end{cases}$$

$$\bar{M}_0 = \begin{cases} M_0, & M_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & M_0 = 0 \end{cases}$$

Onde:

$VBA_{TCI}(\cdot)$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap [swap current value];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$S$ : Taxa de câmbio atual [current exchange rate];

$S_0$ : Taxa de câmbio da data de referência [reference date exchange rate];

$M$ : Taxa de câmbio auxiliar atual [current helper exchange rate];

$M_0$ : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [reference date helper exchange rate];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

- f) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de juro prefixada (121)

*Prefixed Interest Rate Swap MtM*

$$P_{PRE}(V_0; r; H; i_t) = \frac{V_0 \times \bar{R}}{i_t}$$

$$\bar{R} = \begin{cases} (1 + r)^{\frac{(T-T_0+H)}{252}}, & r > -1 \\ valor\_mínimo, & r \leq -1 \end{cases}$$

Se Data-Base ≤ Data-Atual ( $T_0 \leq 0$ ):  $T_0 = 0$

If Base-Date ≤ Current Date ( $T_0 \leq 0$ ):  $T_0 = 0$

Se Data-Base > Data-Atual ( $T_0 > 0$ ):  $H = 0$

If Base-Date > Current Date ( $T_0 > 0$ ):  $H = 0$

Onde:

$P_{PRE}(\cdot)$ : MtM da ponta do swap [swap MtM];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$i_t$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [interest rate];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saque [holding period];

$T$ : Prazo para vencimento do swap, em dias de saque [maturity];

$T_0$ : Prazo para a data-base do swap, em dias de saque [number of reserve days to base-date];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [prefixed interest rate];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

- g) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de juro (122)

*Interest Rate Swap MtM*

Se Data-Base ≤ Data-Atual ( $T_0 \leq 0$ ):

If Base-Date ≤ Current Date ( $T_0 \leq 0$ ):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{TJ}(V_0; S; S_0; r; p; H)$$

Se Data-Base > Data-Atual ( $T_0 > 0$ ):

If Base-Date > Current Date ( $T_0 > 0$ ):

$$VBA = V_0$$

Cálculo do MtM:

*MtM is given by:*

$$P_{TJ}(V_0; S; S_0; r; p; i_t; i_{t_0}; H; T; T_0) = \frac{VBA \times \left( 1 + \left( \left( \frac{i_t}{i_{t_0}} \right)^{\frac{1}{T-T_0}} - 1 \right) \times p \right)^{T-T_0} \times \bar{R}}{i_t}$$

$$\bar{R} = \begin{cases} (1+r)^{\frac{T-T_0}{252}}, & r > -1 \\ valor\_mínimo, & r \leq -1 \end{cases}$$

Onde:

$P_{TJ}(\cdot)$ : MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{TJ}(\cdot)$ : Fórmula para atualização do valor base do swap em taxa de juros [current value];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$S$ : Índice da taxa de juro atual [current interest rate index];

$S_0$ : Índice da taxa de juro da data de referência [reference date interest rate index];

$i_t$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity interest rate];

$i_{t_0}$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date interest rate];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saque [holding period];

$T$ : Prazo para vencimento do swap, em dias de saque [maturity];

$T_0$ : Prazo para a data-base do swap, em dias de saque [number of reserve days to base-date];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [prefixed interest rate];

$p$ : Percentual de valorização negociado em contrato [valuation percentage];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

- h) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em índice (123)

*Index Swap MtM*

Se Data-Base ≤ Data-Atual ( $T_0 \leq 0$ ):

If Base-Date ≤ Current Date ( $T_0 \leq 0$ ):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{IN}(V_0; S; S_0)$$

Se Data-Base > Data-Atual ( $T_0 > 0$ ):

If Base-Date > Current Date ( $T_0 > 0$ ):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{IN}(V_0; S; S_{start}), & se (S_{start} \neq 0) \\ V_0, & se (S_{start} = 0) \end{cases}$$

$$H = 0$$

Se Data-Base < Data-Referência:

If Base-Date < Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = \begin{cases} i_s\left(\frac{r}{\tilde{r}}; T + H - T_0; \text{Base}\right), & \text{se Crit. de Capit. for linear [linear Cap. Criteria]} \\ i_c(r; T + H - T_0; \text{Base}), & \text{se Crit. de Capit. for exponencial [exponential Cap. Criteria]} \end{cases}$$

$$\tilde{r} = \begin{cases} 1 + \frac{T_1 \times r}{\text{Base}}, & r > -\text{Base}/T_1 \\ \text{valor_mínimo}, & r \leq -\text{Base}/T_1 \end{cases}$$

Se Data-Base ≥ Data-Referência:

If Base-Date ≥ Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = \begin{cases} i_s(r; T + H - T_0; \text{Base}), & \text{se Crit. de Capitalização for linear [linear Cap. Criteria]} \\ i_c(r; T + H - T_0; \text{Base}), & \text{se Crit. de Capitalização for exponencial [exponential Cap. Criteria]} \end{cases}$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{IN}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA \times r_{T+H-T_0}}{c_t}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0}}{c_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{IN}(\cdot)$ : MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{IN}(\cdot)$ : Fórmula para atualização do valor base do swap em índice [current value];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$S$ : Índice atual [current index];

$S_0$ : Índice da data de referência [reference date index];

$S_{start}$ : Valor do índice inicial negociado entre as partes [start index];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity cost of carry];

$c_{t_0}$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date cost of carry];

$i_{t_0}$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date domestic interest rate];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual [holding period];

**Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;**

*Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;*

**Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;**

*Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;*

$T$ : Prazo para vencimento do swap [maturity];

**Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;**

*Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;*

**Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;**

*Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;*

$T_0$ : Prazo para a data-base do swap [*number of days to base-date*];

**Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;**

*Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;*

**Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;**

*Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;*

$T_1$ : Prazo decorrido, em dias corridos, entre a data-base do swap e a data de referência [*number of days to reference date*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*];

$r_{T+H-T_0}$ : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo  $T+H-T_0$ , calculada de acordo com a Base e o Critério de Capitalização do FPR custo de carregamento** [*prefixed interest rate*]

$i_s( \cdot )$ : Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples [*Simple Capitalization Interest Rate*].

$i_c( \cdot )$ : Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização composta [*Composed Capitalization Interest Rate*].

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [*mimimum value*]

- i) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em índice com correção (124)  
*Index Accrual Swap MtM*

Se Data-Base ≤ Data-Atual ( $T_0 \leq 0$ ):

If Base-Date ≤ Current Date ( $T_0 \leq 0$ ):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{ACR}(V_0; S; S_0; I)$$

Se Data-Base > Data-Atual ( $T_0 > 0$ ):

If Base-Date > Current Date ( $T_0 > 0$ ):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{ACR}(V_0; S; S_{start}; I), & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

$$H = 0$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$r_{T+H-T_0} = \begin{cases} i_s(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capitalização for linear [linear Cap. Criteria]} \\ i_c(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capitalização for exponencial [exponential Cap. Criteria]} \end{cases}$$

$$P_{ACR}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA \times r_{T+H-T_0}}{c_t}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0}}{c_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{ACR}( \cdot )$ : MtM da ponta do swap [*swap MtM*];

$VBA_{ACR}( \cdot )$ : Fórmula para atualização do valor base do swap em índice com correção [*current value*];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

$S$ : Índice atual [*current index*];

$S_0$ : Índice da data de referência [*reference date index*];

$I$ : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*];

$S_{start}$ : Valor do índice inicial negociado entre as partes [*start index*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*maturity cost of carry*];

$c_{t_0}$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date cost of carry*];

$i_{t_0}$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date domestic interest rate*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual [*holding period*];

**Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;**

*Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;*

**Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;**

*Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;*

$T$ : Prazo para vencimento do swap, em dias corridos [*maturity*];

**Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;**

*Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;*

**Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;**

*Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;*

$T_0$ : Prazo para a data-base do swap, em dias corridos [*number of days to base-date*];

**Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;**

*Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;*

**Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;**

*Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;*

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*];

$r_{T+H-T_0}$ : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo  $T+H-T_0$ , calculada de acordo com a Base e o Critério de Capitalização do FPR custo de carregamento** [*prefixed interest rate*]

- j) Fórmula Geral para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de câmbio – relação direta (125)

*Composed Exchange Rate Swap MtM*

Se Data-Base ≤ Data-Atual ( $T_0 \leq 0$ ):

If Base-Date ≤ Current Date ( $T_0 \leq 0$ ):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{TCC}(V_0; S; S_0; M; M_0)$$

Se Data-Base > Data-Atual ( $T_0 > 0$ ):

If Base-Date > Current Date ( $T_0 > 0$ ):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{TCC}(V_0; S; S_{start}; M; 1), & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

$$H = 0$$

Se Data-Base < Data-Referência:

If Base-Date < Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = i_s \left( \frac{r}{\tilde{r}}; T + H - T_0; 360 \right)$$

$$\tilde{r} = \begin{cases} 1 + \frac{T_1 \times r}{360}, & r > -360/T_1 \\ valor\_mínimo, & r \leq -360/T_1 \end{cases}$$

Se Data-Base ≥ Data-Referência:

If Base-Date ≥ Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = i_s(r; T + H - T_0; 360)$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{TCC}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; s_t; s_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA}{c_t \times s_t} \times r_{T+H-T_0}, & se (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0} \times s_{t_0}}{c_t \times s_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & se (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{TCC}(\cdot)$ : MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{TCC}(\cdot)$ : Fórmula para atualização do valor base de um swap em taxa de câmbio composta [swap current value];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

$S$ : Taxa de câmbio atual [current exchange rate];

$S_0$ : Taxa de câmbio da data de referência [reference date exchange rate];

$S_{start}$ : Valor da taxa de câmbio inicial negociada entre as partes. [start exchange rate];

$M$ : Taxa de câmbio auxiliar atual [current helper exchange rate];

$M_0$ : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [reference date helper exchange rate];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

$c_{t_0}$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [cost of carry];

$s_t$ : Spread de cupom cambial no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity spread];

$s_{t_0}$ : Spread de cupom cambial no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date spread];

$i_{t_0}$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date domestic interest rate];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias corridos [holding period];

$T$ : Prazo para vencimento do swap, em dias corridos [maturity];

$T_0$ : Prazo para a data-base do swap, em dias corridos [number of days to base-date];

$T_1$ : Prazo decorrido, em dias corridos, entre a data-base do swap e a data de referência [number of days to reference date];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato, expressa em percentual (e.g. 6,38%) [*prefixed interest rate*];

$r_{T+H-T_0}$ : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo  $T+H-T_0$ , calculada com a Base 360 e Capitalização Simples** [*prefixed interest rate*];

$i_s(\cdot)$ : Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples [*Simple Capitalization Interest Rate*].

$\text{valor\_mínimo} = (10)^{-7}$  [*minimum value*]

- k) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de câmbio – relação inversa (126)  
*Inverse Composed Exchange Rate Swap MtM*

Se Data-Base ≤ Data-Atual ( $T_0 \leq 0$ ):

If Base-Date ≤ Current Date ( $T_0 \leq 0$ ):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{TCI}(V_0; S; S_0; M; M_0)$$

Se Data-Base > Data-Atual ( $T_0 > 0$ ):

If Base-Date > Current Date ( $T_0 > 0$ ):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{TCI}(V_0; S; 1/S_{start}; M; 1); & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0; & \text{se } (S_{start} = 0) \\ H = 0 \end{cases}$$

Se Data-Base < Data-Referência:

If Base-Date < Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = i_s\left(\frac{r}{\tilde{r}}; T + H - T_0; 360\right)$$

$$\tilde{r} = \begin{cases} 1 + \frac{T_1 \times r}{360}, & r > -360/T_1 \\ \text{valor\_mínimo}, & r \leq -360/T_1 \end{cases}$$

Se Data-Base ≥ Data-Referência:

If Base-Date ≥ Reference Date ( $T_0 > 0$ ):

$$r_{T+H-T_0} = i_s(r; T + H - T_0; 360)$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{TCI}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; s_t; s_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA}{c_t \times s_t} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0} \times s_{t_0}}{c_t \times s_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{TCI}(\cdot)$ : MtM da ponta do swap [*swap MtM*];

$VBA_{TCI}(\cdot)$ : Fórmula para atualização do valor base de um swap de taxa de câmbio – relação inversa [*swap current value*];

$V_0$ : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

$S$ : Taxa de câmbio atual [*current exchange rate*];

$S_0$ : Taxa de câmbio da data de referência [*reference date exchange rate*];

$S_{start}$ : Valor da taxa de câmbio inicial negociada entre as partes. [*start exchange rate*];

$M$ : Taxa de câmbio auxiliar atual [*current helper exchange rate*];

$M_0$ : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [*reference date helper exchange rate*];

$c_t$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*maturity cost of carry*];

$c_{t_0}$ : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date cost of carry*];

$s_t$ : *Spread* de cupom cambial no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*maturity spread*];

$s_{t_0}$ : *Spread* de cupom cambial no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date spread*];

$i_{t_0}$ : Taxa de juros interna livre de risco no dia  $t$ , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date domestic interest rate*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias corridos [*holding period*];

$T$ : Prazo para vencimento do swap, em dias corridos [*maturity*];

$T_0$ : Prazo para a data-base do swap, em dias corridos [*number of days to base-date*];

$T_1$ : Prazo decorrido, em dias corridos, entre a data-base do swap e a data de referência [*number of days to reference date*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato, expressa em percentual (e.g. 6,38%) [*prefixed interest rate*];

$r_{T+H-T_0}$ : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo  $T+H-T_0$ , calculada com a Base 360 e Capitalização Simples** [*prefixed interest rate*];

$i_s(.)$ : Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples [*Simple Capitalization Interest Rate*];

valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [*minimum value*].

### 3.4. Termos / Forwards

- a) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em metais

*Metal Non-deliverable Forward MtM*

$$P_M(N; S; S_{start}; i) = N \times \left( S - \frac{S_{start}}{i} \right)$$

Onde:

$P_M(.)$ : MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$S$ : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$i$ : Taxa de juros interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*].

- b) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em taxa de câmbio

*Exchange Rate Non-deliverable Forward MtM*

$$P_{TC}(N; S; S_{start}; i; c) = N \times \left( S/c - \frac{S_{start}}{i} \right)$$

Onde:

$P_{TC}(\cdot)$ : MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$S$ : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$i$ : Taxa de juros interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*].

- c) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em taxa de câmbio composta – relação direta  
*Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward MtM*

$$P_{TCC}(N; S; S_{start}; c; s) = N \times \left( 1/c - \frac{S}{\widetilde{S}_{start} \times c \times s} \right)$$

$$\widetilde{S}_{start} = \begin{cases} S_{start}, & S_{start} \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_{start} = 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{TCC}(\cdot)$ : MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$S$ : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

$s$ : *Spread* de cupom cambial, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

- d) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em taxa de câmbio composta – relação inversa

*Inverse Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward MtM*

$$P_{TCI}(N; S; S_{start}; c; s) = N \times \left( 1/c - \frac{S_{start}}{\tilde{S} \times c \times s} \right)$$

$$\tilde{S} = \begin{cases} S, & S \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S = 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{TCI}(\cdot)$ : MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

$N$ : Valor nocional do contrato [*notional*];

$S$ : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

$S_{start}$ : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

*s*: Spread de cupom cambial, ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread];  
 valor\_mínimo =  $(10)^{-7}$  [minimum value].

### 3.5. Opções Flexíveis / Flexible Options

#### a) Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis

*Flexible Option Pricing*

$$P_{Flex}(N; S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; \Theta) = N \times \left\{ \begin{array}{l} P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) \\ P_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) \\ P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \end{array} \right.$$

Onde:

$P_{Flex}(\cdot)$ : Prêmio da opção [option value];

$P_G(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções (Garman) [Garman option pricing];

$P_S(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira simples [limit barrier option pricing];

$P_{Kin}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-in [knock-in barrier option pricing];

$P_{Kout}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-out [knock-out barrier option pricing];

$P_{S,Kin}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreiras simples e Knock-in [limit and knock-in barrier option pricing];

$P_{S,Kout}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreiras simples e Knock-out [limit and knock-out barrier option pricing];

$P_{Kin,Kout}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreiras Knock-in e Knock-out [knock-in and knock-out barrier option pricing];

$P_{S,Kin,Kout}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreiras simples, Knock-in e Knock-out [limit, knock-in and knock-out barrier option pricing];

$N$ : Valor nocional do contrato [notional];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible option parameters];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$T = ds/252$

**Θ é composto por:***B*: Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];*H*: Valor da barreira *knock-in* ou *knock-out* [*knock-in/out barrier value*];*H<sub>in</sub>*: Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];*H<sub>out</sub>*: Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];*R*: Valor do rebate [*rebate*];*η*: Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

*η<sub>in</sub>*: Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];*η<sub>out</sub>*: Indicador de barreira *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].**b) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com barreira simples***Limit Barrier Flexible Option Pricing*

$$P_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) = P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) - P_G(S; B; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

Onde:

*P<sub>S</sub>(.)*: Prêmio da opção [*limit option value*];*P<sub>G</sub>(.)*: Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções (Garman) [*Garman option pricing*];*S*: Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];*K*: Preço de exercício [*strike*];*B*: Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];*i*: Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];*c*: Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];*σ*: Volatilidade da opção [*volatility*];*φ*: Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];*T*: Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

**c) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com barreira Knock-in ou Knock-out***Knock-in/Knock-out Barrier Flexible Option Pricing*

Se a barreira foi atingida previamente:

*If the barrier has been previously breached:*

$$P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

$$P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = R$$

Onde:

*Where:*

$$S = \begin{cases} S, & S \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S = 0 \end{cases}$$

$$K = \begin{cases} K, & K \neq 0 \\ valor\_mínimo, & K = 0 \end{cases}$$

$$H = \begin{cases} H, & H \neq 0 \\ valor\_mínimo, & H = 0 \end{cases}$$

Durante o *holding period*, a barreira foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H; \text{ se } \eta = 1 \\ S_t \geq H; \text{ se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

*Else:*

Abaixo, considerar ajuste de barreiras por:  $H = H'(H; S; \sigma)$

*Consider bellow adjusted barriers as:  $H = H'(H; S; \sigma)$*

$$P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \begin{cases} C + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ A - B + D + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ B - C + D + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ A + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

$$P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \begin{cases} A - C + F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ B - D + F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ A - B + C - D + F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

Variáveis auxiliares:

*Auxiliary variables:*

$$A = \varphi S e^{(-c)T} \times N(\varphi x_1) - \varphi K e^{-iT} \times N(\varphi x_1 - \varphi \sigma \sqrt{T})$$

$$B = \varphi S e^{(-c)T} \times N(\varphi x_2) - \varphi K e^{-iT} \times N(\varphi x_2 - \varphi \sigma \sqrt{T})$$

$$C = \varphi S e^{(-c)T} \times (H/S)^{2(\mu_{lim}+1)} \times N(\eta y_1) - \varphi K e^{-iT} \times (H/S)^{2\mu_{lim}} \times N(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T})$$

$$D = \varphi S e^{(-c)T} \times (H/S)^{2(\mu_{lim}+1)} \times N(\eta y_2) - \varphi K e^{-iT} \times (H/S)^{2\mu_{lim}} \times N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T})$$

$$E = R e^{-iT} \times [N(\eta x_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) - (H/S)^{2\mu_{lim}} \times N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T})]$$

$$F = R \times [(H/S)^{\mu_{lim}+\lambda_{lim}} \times N(\eta z) + (H/S)^{\mu_{lim}-\lambda_{lim}} \times N(\eta z - 2\eta \lambda \sigma \sqrt{T})]$$

$$x_1 = \frac{\ln(S/K)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T} \quad x_2 = \frac{\ln(H/S)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H^2/SK)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T} \quad y_2 = \frac{\ln(H/S)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T}$$

$$z = \frac{\ln(H/S)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad \mu = \frac{i - c - \sigma^2/2}{\sigma^2} \quad \lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2i}{\sigma^2}}$$

$$\mu_{lim} = \begin{cases} \min\left\{\mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2}\right\}, & \text{se } H > S \text{ e } \mu > 0 \\ \max\left\{\mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2}\right\}, & \text{se } H < S \text{ e } \mu < 0 \\ \mu, & \text{para demais casos} \end{cases}$$

$$\lambda_{lim} = \begin{cases} \min\left\{\lambda, \left| \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} - \mu_{lim} \right|, \left| \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right| \right\}, & \text{se } (H > S \text{ e } \mu > 0) \text{ ou } (H < S \text{ e } \mu < 0) \\ \min\left\{\lambda, \left| \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right| \right\}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde:

$P_{Kin}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-in [*Knock-in barrier option*];

$P_{Kout}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-out [*Knock-out barrier option*];

$P_G(.)$ : Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções (Garman) [*Garman option pricing*];

$H'(.)$ : Fórmula para ajuste de barreiras de opções flexíveis [*adjusted barriers*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$H$ : Valor da barreira *knock-in* ou *knock-out* [*knock-in/out barrier value*];

$R$ : Valor do rebate [*rebate*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$T = ds/252$

$\eta$ : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$\text{valor\_mínimo} = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

- d) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com uma barreira simples e uma Knock-in  
*Limit and Knock-in Barrier Flexible Option Pricing*

$$P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - P_{Kin}(S; B; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta)$$

Onde:

$P_{S,Kin}(\cdot)$ : Prêmio da opção [*limit and knock-in option value*];

$P_{Kin}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-in [*knock-in option value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$H$ : Valor da barreira knock-in [*knock-in barrier value*];

$R$ : Valor do rebate [*rebate*];

$\eta$ : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- e) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com uma barreira simples e uma Knock-out  
*Limit and Knock-out Barrier Flexible Option Pricing*

Se a barreira foi atingida previamente:

*If the barrier has been previously breached:*

$$P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) = R$$

Durante o *holding period*, a barreira foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

*Else:*

$$P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - P_{Kout}(S; B; i; c; \sigma; T; \varphi; H; \mathbf{0}; \eta)$$

Onde:

$P_{S,Kout}(\cdot)$ : Prêmio da opção [*limit and knock-out option value*];

$P_{Kout}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out option value*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$H$ : Valor da barreira knock-out [knock-out barrier value];

$R$ : Valor do rebate [rebate];

$\eta$ : Indicador de barreira up ou down [up or down indicator];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

- f) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com uma barreira Knock-in e uma Knock-out

*Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Pricing*

Se a barreira Knock-out foi atingida previamente:

*If the Knock-out barrier has been previously breached:*

$$P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = R$$

Durante o *holding period*, a barreira Knock-out foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, the Knock-out barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H_{out}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{out}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão, se a barreira Knock-in foi atingida previamente:

*Else, if the Knock-in barrier has been previously breached:*

$$P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira Knock-in foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, the Knock-in barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

*Else:*

Se  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

*If  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :*

$$\begin{aligned} P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ = P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ - P_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ + P_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ - P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

*If  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :*

$$P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in})$$

Onde:

$P_{Kin,Kout}(.)$ : Prêmio da opção [option value];

$P_{Kin}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-in [knock-in option value];

$P_{Kout}(.)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-out [knock-out option value];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];  
 $K$ : Preço de exercício [*strike*];  
 $i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];  
 $c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];  
 $\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];  
 $\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];  
 $H_{in}$ : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];  
 $H_{out}$ : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];  
 $R$ : Valor do rebate [*rebate*];  
 $\eta_{in}$ : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];  
 $\eta_{out}$ : Indicador *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].  
 $\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$   
 $T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].  
 $T = ds/252$

- g) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com uma barreira simples, uma Knock-in e uma Knock-out

*Limit, Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Pricing*

Se a barreira *Knock-out* foi atingida previamente:

*If the Knock-out barrier has been previously breached:*

$$P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = R$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-out* foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, the Knock-out barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H_{out}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{out}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão, se a barreira *Knock-in* foi atingida previamente:

*Else, if the Knock-in barrier has been previously breached:*

$$P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, the Knock-in barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

*Else:*

Se  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

*If*  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

$$\begin{aligned} P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ = P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ - P_{S,Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

If  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

$$\begin{aligned} P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ = P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; R; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Onde:

$P_{S,Kin,Kout}(\cdot)$ : Prêmio da opção [option value];

$P_{S,Kin}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com uma barreira simples e uma Knock-in [limit and knock-in option value];

$P_{S,Kout}(\cdot)$ : Fórmula para apreçamento de contratos de opções com uma barreira simples e uma Knock-out [limit and knock-out option value];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$H_{in}$ : Valor da barreira knock-in [knock-in barrier value];

$H_{out}$ : Valor da barreira knock-out [knock-out barrier value];

$R$ : Valor do rebate [rebate];

$\eta_{in}$ : Indicador up ou down da barreira in [knock-in barrier up or down indicator];

$\eta_{out}$ : Indicador up ou down da barreira out [knock-out barrier up or down indicator].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

#### h) Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções flexíveis no vencimento (Valor Intrínseco)

Flexible Option Intrinsic Value Pricing

$P_{IFlex}(N; S; K; \varphi; \theta)$

$$= \begin{cases} R; & \text{se a opção possui knock-in e este não foi atingido [unbreached knock-in]} \\ R; & \text{se a opção possui knock-out e este foi atingido [unbreached knock-out]} \\ N \times \max(\varphi \times (\min(S, B) - K); 0); & \text{se } \varphi = 1 \text{ e a opção possui barreira simples [call limit barrier]} \\ N \times \max(\varphi \times (\max(S, B) - K); 0); & \text{se } \varphi = -1 \text{ e a opção possui barreira simples [put limit barrier]} \\ N \times \max(\varphi \times (S - K); 0); & \text{qualquer outro caso [any other case]} \end{cases}$$

Durante o holding period, a barreira Knock-in foi atingida no dia  $t$  se:

During the holding period, knock-in barrier is breached at  $t$  if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Durante o holding period, a barreira Knock-out foi atingida no dia  $t$  se:

During the holding period, knock-out barrier is breached at  $t$  if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{out}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{out}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Onde:

$P_{IFlex}(\cdot)$ : Prêmio da opção [option value];

$N$ : Valor nocional do contrato [notional];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible option parameters].

**$\Theta$  é composto por:**

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [limit barrier value];

$H_{in}$ : Valor da barreira Knock-in [knock-in barrier value];

$H_{out}$ : Valor da barreira Knock-out [knock-out barrier value];

$R$ : Valor do rebate [rebate];

$\eta$ : Indicador de barreira up ou down [up or down indicator].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

### 3.6. Títulos Públicos e Privados / Corporate and Government Bonds

- a) Fórmula Geral para apreçamento de Títulos pré-fixados

*Prefixed Bond Pricing*

$$P_{PR}(N; i) = \frac{N}{i}$$

Onde:

$P_{PR}(\cdot)$ : Valor presente do título [bond present value];

$N$ : Valor nocional do título [notional];

$i$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [interest rate].

- b) Fórmula Geral para apreçamento de Títulos pré-fixados com spread

*Prefixed Bond Pricing*

$$P_{PRS}(N; i; s) = \frac{N}{i \times s}$$

Onde:

$P_{PRS}(\cdot)$ : Valor presente do título [bond present value];

$N$ : Valor nocional do título [notional];

$i$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [interest rate];

$s$ : Spread de crédito, ao período e em fator, para o prazo do título [spread].

- c) Fórmula para apreçamento de Títulos pré-fixados com pagamento de cupons

*Prefixed Coupon Bond Pricing*

$$P_{PRC}(N; i; r; n; p; n_t) = \begin{cases} N \times \left( 1/i_T + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right) & , \quad \text{se } n_t = 0 \\ N \times \left( 1/i_T + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} + \sum_{k=1}^{n_t} ((1+r)^{1/p} - 1) \right), & \text{se } n_t > 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{PRC}(\cdot)$ : Valor presente do título [*bond present value*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$i_T$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*];

$i_j$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*interest rate*];

$r$ : Taxa de juro pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

$n$ : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

$n_t$ : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia  $t$  (inclusive). Caso dia  $t$  seja o primeiro dia do encerramento,  $n_t = 0$  [*coupons paid*];

$p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*];

$T$ : Prazo para vencimento do título, em anos [*maturity*].

$T = ds/252$

d) Fórmula para apreçamento de Títulos Internacionais pré-fixados com pagamento de cupons

*Prefixed Coupon International Bond Pricing*

$$P_{PRCI}(N; i; r; n; p) = N \times \left( 1/i_T + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right)$$

Onde:

$P_{PRCI}(\cdot)$ : Valor presente do título internacional [*internatinal bond present value*];

$N$ : Valor nocional do título [*notional*];

$i_T$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*];

$i_j$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*interest rate*];

$r$ : Taxa de juro pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

$n$ : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

$p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*];

$T$ : Prazo para vencimento do título, em anos [*maturity*].

$T = ds/252$

e) Fórmula para atualização do Valor Nocional de um título pós-fixado

*Postfixed Notional Current Value*

$$VNA_{TP}(V_0; S; S_0) = V_0 \times \frac{S}{\bar{S}_0}$$

$$\widetilde{S_0} = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

Onde:

$VNA_{TP}(.)$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado [*notional current value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

- f) Fórmula para atualização do Valor Nocional de um título pós-fixado com correção  
*Postfixed Accrual Notional Current Value*

$$VNA_{PACR}(V_0; S; S_0; I) = V_0 \times I \times \frac{S}{\widetilde{S_0}}$$

$$\widetilde{S_0} = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

Onde:

$VNA_{PACR}(.)$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado com correção [*notional current value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

$I$ : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*];

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

- g) Fórmula para apreçamento de Títulos pós-fixados  
*Postfixed Bond Pricing*

$$P_{PO}(V_0; S; S_0; i) = \frac{VNA_{TP}(V_0; S; S_0)}{i}$$

Onde:

$P_{PO}(.)$ : Valor presente do título [*bond present value*];

$VNA_{TP}(.)$ : Fórmula Geral para atualização do valor nocional do título [*notional current value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

$i$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*].

## h) Fórmula para apreçamento de Títulos pós-fixados com pagamento de cupons

*Postfixed Coupon Bond Pricing*

$$P_{POC}(V_0; S; S_0; i; r; n; p; n_t) = \begin{cases} VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \left( \frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right), & \text{se } n_t = 0 \\ VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \left( \frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} + \sum_{k=1}^{n_t} ((1+r)^{1/p} - 1) \right), & \text{se } n_t > 0 \end{cases}$$

Onde:

 $P_{POC}(.)$ : Valor presente do título [*bond present value*]; $VNA_{TP}(.)$ : Fórmula Geral para atualização do valor nocional do título [*notional current value*]; $V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*]; $S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*]; $S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*]; $i_T$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*bond maturity interest rate*]; $i_j$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*coupon maturity interest rate*]; $r$ : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*]; $n$ : Número de cupons restantes [*coupons quantity*]; $n_t$ : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia  $t$  (inclusive). Caso dia  $t$  seja o primeiro dia do encerramento,  $n_t = 0$  [*coupons paid*]; $p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

## i) Fórmula para apreçamento de Títulos Internacionais pós-fixados com pagamento de cupons

*Postfixed Coupon International Bond Pricing*

$$P_{POCI}(V_0; S; S_0; i; r; n; p) = VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \left( \frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right)$$

Onde:

 $P_{POCI}(.)$ : Valor presente do título internacional [*international bond present value*]; $VNA_{TP}(.)$ : Fórmula Geral para atualização do valor nocional do título [*notional current value*]; $V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*]; $S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*]; $S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*]; $i_T$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*bond maturity interest rate*]; $i_j$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*coupon maturity interest rate*]; $r$ : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*]; $n$ : Número de cupons restantes [*coupons quantity*]; $p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

- j) Fórmula para apreçamento de Títulos pós-fixados com correção e pagamento de cupons  
*Postfixed Accrual Coupon Bond Pricing*

$$P_{PACR}(V_0; S; S_0; I; i; r; n; p; n_t) = \begin{cases} VNA_{PACR}(V_0; S; S_0; I) \times \left( \frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right), & \text{se } n_t = 0 \\ VNA_{PACR}(V_0; S; S_0; I) \times \left( \frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} + \sum_{k=1}^{n_t} ((1+r)^{1/p} - 1) \right), & \text{se } n_t > 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{PACR}(\cdot)$ : Valor presente do título [*bond present value*];

$VNA_{PACR}(\cdot)$ : Fórmula para atualização do valor nocional do título com correção [*notional current value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

$I$ : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*];

$i_T$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*bond maturity interest rate*];

$i_j$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*coupon maturity interest rate*];

$r$ : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

$n$ : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

$n_t$ : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia  $t$  (inclusive). Caso dia  $t$  seja o primeiro dia do encerramento,  $n_t = 0$  [*coupons paid*];

$p$ : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

- k) Fórmula para apreçamento de Títulos pós-fixados baseados em taxa *Líbor*  
*First-Coupon Postfixed Bond Pricing*

$$P_{LIB}(V_0; S; S_0; i; r; t1) = VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \frac{\bar{R}}{i_{t1}}$$

$$\bar{R} = \begin{cases} (1+r)^{t1/252}, & r > -1 \\ \text{valor\_mínimo}, & r \leq -1 \end{cases}$$

Onde:

$P_{LIB}(\cdot)$ : Valor presente do título [*bond present value*];

$VNA_{TP}(\cdot)$ : Fórmula Geral para atualização do valor nocional do título [*notional current value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

$S$ : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

$S_0$ : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

$r$ : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

$t1$ : Prazo para o próximo cupom [*next coupon maturity*];

$i_{t1}$ : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do próximo cupom [*interest rate*];

$\text{valor\_mínimo} = (10)^{-7}$  [minimum value].

- I) Fórmula para apreçamento de Cédulas de Produtos Rurais pré-fixadas (CPR)  
*Prefixed Rural Product Note Pricing*

$$P_{CPRE}(N; i; s) = P_{PRS}(N; i; s)$$

Onde:

$P_{CPRE}(\cdot)$ : Valor presente da cédua [*note present value*];

$P_{PRS}(\cdot)$ : Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados com *spread* [*bond present value*];

$N$ : Valor nocional da cédua [*notional*];

$i$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo da cédua [*interest rate*];

$s$ : *Spread* de crédito, ao período e em fator, para o prazo da cédua [*spread*].

- m) Fórmula para apreçamento de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas (CPR)  
*Postfixed Rural Product Note Pricing*

$$P_{CPOS}(H; Q; F; i; s) = \frac{H \times Q \times F}{i \times s}$$

Onde:

$P_{CPOS}(\cdot)$ : Valor presente da cédua [*note present value*];

$H$ : Taxa de câmbio auxiliar [*helper exchange rate*];

$Q$ : Quantidade ofertada na cédua [*offer quantity*];

$F$ : Valor futuro para o prazo da cédua [*forward value*];

$i$ : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo da cédua [*interest rate*];

$s$ : *Spread* de crédito, ao período e em fator, para o prazo da cédua [*spread*].

- n) Fórmula para apreçamento de Títulos utilizando *Duration*  
*Duration Bond Pricing*

$$P_D(V_0; D; y_{t,T}; y_{0,T}) = \frac{P_0}{100} \times \left( 1 - D \times (y_{t,T} - y_{0,T}) \right)$$

Onde:

$P_D(\cdot)$ : Valor presente do título [*bond present value*];

$P_0$ : MtM do título na data de cálculo [*present value*];

$D$ : Valor da *Duration* do título [*duration*];

$y_{t,T}$ : Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [*current date yield*];

$y_{0,T}$ : Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date yield*].

- o) Fórmula para apreçamento da ponta financeira de uma compromissada específica prefixada  
*Prefixed Interest Rate Repo Pricing*

$$P_{CEPRE}(V_0; r; H;) = V_0 \times \bar{R}$$

$$\bar{R} = \begin{cases} (1+r)^{\frac{H}{252}}, & r > -1 \\ valor\_mínimo, & r \leq -1 \end{cases}$$

Onde:

$P_{CEPRE}(\cdot)$ : Valor presente da ponta financeira de uma compromissada específica prefixada [*repo present value*];

$V_0$ : Valor nocional atualizado da ponta financeira de uma compromissada específica na data de referência [*repo reference date value*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saques [*holding period*];

$T$ : Prazo para vencimento do contrato, em dias de saques [*maturity*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*];

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*].

- p) Fórmula para apreçamento da ponta financeira de uma compromissada específica em taxa de juro  
*Interest Rate Repo Pricing*

$$P_{CETJ}(V_0; S; S_0; r; p; H) = V_0 \times \left[ 1 + \left( \left( \frac{S}{\bar{S}_0} \right)^{1/H} - 1 \right) \times p \right]^H \times \bar{R}$$

$$\bar{S}_0 = \begin{cases} S_0, & S_0 \neq 0 \\ valor\_mínimo, & S_0 = 0 \end{cases}$$

$$\bar{R} = \begin{cases} (1+r)^{H/252}, & r > -1 \\ valor\_mínimo, & r \leq -1 \end{cases}$$

Onde:

$P_{CETJ}(\cdot)$ : Valor presente da ponta financeira de uma compromissada específica em taxa de juros [*repo present value*];

$V_0$ : Valor Nocional Atualizado da ponta financeira de uma compromissada específica na data de referência [*repo reference date value*];

$S$ : Índice da taxa de juro atual [*current interest rate index*];

$S_0$ : Índice da taxa de juro da data de referência [*reference date interest rate index*];

$H$ : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saques [*holding period*];

$r$ : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*];

$p$ : Percentual de valorização negociado em contrato [*valuation percentage*].

$valor\_mínimo = (10)^{-7}$  [*mimimum value*]

## 4. Fórmulas de Delta de Opções / Option Delta Formulas

### 4.1. Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options

- a) Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman)

*Garman Option Delta*

$$\Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times e^{-cT} \times N(d_1)$$

$$d_1(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times \frac{\ln(S/K) + \left(i - c + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

Onde:

$\Delta_G(\cdot)$ : Delta da opção [*option delta*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$N(\cdot)$ : Função de probabilidade Normal Padrão [*standard normal cdf*];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- b) Fórmula para cálculo do delta de opções sobre futuro de DI (Black modificado)

*DI Future Black Option Delta*

$$\Delta_{DI}(F; K; i_o; i_k; \sigma; T_{dc,o}; T_{dc,f}; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi) = \Delta_G(S; K'; i_o; i_o; \sigma; T_{dc,o}; \varphi)$$

$$S = \frac{K/F - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

$$K' = \frac{(1 + i_k)^{(T_{ds,f} - T_{ds,o})} - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

Onde:

$\Delta_{DI}(\cdot)$ : Delta da opção [*option delta*];

$\Delta_G(\cdot)$ : Fórmula Geral para cálculo do delta [*Garman Delta*];

$F$ : Valor do futuro ativo-objeto da opção [*long future value*];

$K$ : Valor do futuro cujo vencimento coincide com o vencimento da opção [*short future value*];

$i_k$ : Taxa de juro de exercício da opção, ao ano, para o prazo do contrato [*strike interest rate*];

$i_o$ : Taxa de juro interna livre de risco para o prazo do contrato – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$T_{dc,o}$ : Prazo para vencimento da opção, em dias corridos, em anos [*calendar days maturity*];

$$T_{dc,o} = dc/360$$

$T_{dc,f}$ : Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias corridos, em anos [*underlying calendar days maturity*];

$$T_{dc,f} = dc/360$$

$T_{ds,o}$ : Prazo para vencimento da opção, em dias de saque, em anos [*reserve days maturity*];

$$T_{ds,o} = ds/252$$

$T_{ds,f}$ : Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias de saque, em anos [*underlying reserve days maturity*].

$$T_{ds,f} = ds/252$$

- c) Fórmula Geral para cálculo do ativo-objeto de uma opção em função do delta [Garman]

*Garman Option Underlying from Delta*

$$S_G(\Delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = K / \left[ \exp \left[ -\varphi \times N^{-1}(|\Delta| \times e^{c \cdot T}) \times \sigma \sqrt{T} + \left( i - c + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times T \right] \right]$$

Onde:

$S_G(\cdot)$ : Ativo-objeto da opção a partir do delta [*option underlying*];

$|\Delta|$ : Delta da opção (valor absoluto) [*delta absolute value*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$N^{-1}(\cdot)$ : Função inversa de probabilidade Normal Padrão acumulada [*inverse standard normal cdf*];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- d) Fórmula para cálculo do futuro-objeto de uma opção sobre futuro de DI em função do delta (Black Modificado)

*DI Future Black Underlying from Delta*

$$F_{DI}(\Delta; K; i_o; i_k; \sigma; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi)$$

$$= K / \left[ \frac{(1 + i_k)^{(T_{ds,f} - T_{ds,o})} - 1}{\exp \left[ -\varphi \times N^{-1}(|\Delta| \times e^{i_o \cdot T_{ds,o}}) \times \sigma \sqrt{T_{ds,o}} + \frac{\sigma^2}{2} \times T_{ds,o} \right] + 1} \right]$$

Onde:

$F_{DI}(\cdot)$ : Futuro-objeto da opção a partir do delta [*option underlying from delta*];

$|\Delta|$ : Delta da opção (valor absoluto) [*delta absolute value*];

$K$ : Valor do futuro cujo vencimento coincide com o vencimento da opção [*short future value*];

$i_k$ : Taxa de juro de exercício da opção, ao ano, para o prazo do contrato [*strike interest rate*];

$i_o$ : Taxa de juro interna livre de risco para o prazo do contrato – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$N^{-1}(\cdot)$ : Função inversa de probabilidade Normal Padrão [*inverse standard normal cdf*];

$T_{ds,o}$ : Prazo para vencimento da opção, em dias de saque, em anos [*reserve days maturity*];

$$T_{ds,o} = ds/252$$

$T_{ds,f}$ : Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias de saque, em anos [*underlying reserve days maturity*].

$$T_{ds,f} = ds/252$$

## 4.2. Opções Flexíveis / Flexible Options

### a) Fórmula Geral para cálculo do delta de opções flexíveis

*Flexible Option Delta*

$$\Delta_{Flex}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; \Theta) = \begin{cases} \Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) \\ \Delta_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) \\ \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ \Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ \Delta_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ \Delta_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ \Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \end{cases}$$

Onde:

$\Delta_{Flex}(\cdot)$ : Delta da opção [*option delta*];

$\Delta_G(\cdot)$ : Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman) [*Garman option delta*];

$\Delta_S(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira simples [*limit barrier option delta*];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-in [*knock-in barrier option delta*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out barrier option delta*];

$\Delta_{S,Kin}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreiras simples e Knock-in [*limit and knock-in barrier option delta*];

$\Delta_{S,Kout}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreiras simples e Knock-out [*limit and knock-out barrier option delta*];

$\Delta_{Kin,Kout}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreiras Knock-in e Knock-out [*knock-in and knock-out barrier option delta*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$\Theta$ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [*flexible option parameters*];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

O é composto por:

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [limit barrier value];

$H$ : Valor da barreira knock-in ou knock-out [knock-in/out barrier value];

$H_{in}$ : Valor da barreira knock-in [knock-in barrier value];

$H_{out}$ : Valor da barreira knock-out [knock-out barrier value];

$R$ : Valor do rebate [rebate];

$\eta$ : Indicador de barreira up ou down [up or down indicator];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$\eta_{in}$ : Indicador up ou down da barreira in [knock-in barrier up or down indicator];

$\eta_{out}$ : Indicador de barreira up ou down da barreira out [knock-out barrier up or down indicator].

- b) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples

*Limit Barrier Flexible Option Delta*

$$\Delta_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) = \Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) - \Delta_G(S; B; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

Onde:

$\Delta_S(\cdot)$ : Delta da opção [option value];

$\Delta_G(\cdot)$ : Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman) [Garman option delta];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

$K$ : Preço de exercício [strike];

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [limit barrier value];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [volatility];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

- c) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira Knock-in ou Knock-out

*Knock-in/ Knock-out Barrier Flexible Option Delta*

Se a barreira foi atingida previamente:

*If the barrier has been previously breached:*

$$\Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

Durante o *holding period*, a barreira foi atingida no dia  $t$  se:

*During the holding period, barrier is breached at t if:*

$$\begin{cases} S_t \leq H; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

*Else:*

Abaixo, considerar ajuste de barreiras por:  $H = H'(H; S; \sigma)$

*Consider below adjusted barriers as:  $H = H'(H; S; \sigma)$*

$$\Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta)$$

$$= \begin{cases} \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{\partial B}{\partial S} + \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ \frac{\partial B}{\partial S} - \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial A}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

$$\Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta)$$

$$= \begin{cases} \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial B}{\partial S} - \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{\partial B}{\partial S} + \frac{\partial C}{\partial S} - \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

Derivadas:

*Derivatives:*

$$\frac{\partial A}{\partial S} = \frac{\partial p}{\partial S}(x_1) \quad \frac{\partial B}{\partial S} = \frac{\partial p}{\partial S}(x_2) \quad \frac{\partial C}{\partial S} = \frac{\partial q}{\partial S}(y_1) \quad \frac{\partial D}{\partial S} = \frac{\partial q}{\partial S}(y_2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial S}(x) = e^{-iT} \times \left\{ e^{(i-c)T} \times \left[ N(\varphi x) + \frac{\varphi}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\varphi x) \right] - \frac{K}{S} \times \frac{\varphi}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\varphi \times (x - \sigma\sqrt{T})) \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial S}(x) = & e^{-iT} \times \left( \frac{H}{S} \right)^{2\mu_{lim}} \\ & \times \left\{ - \left( \frac{H}{S} \right)^2 \times e^{(i-c)T} \times \left[ (2\mu + 1) \times N(\eta x) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta x) \right] \right. \\ & \left. + \frac{K}{S} \times \left[ (2\mu) \times N(\eta \times (x - \sigma\sqrt{T})) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (x - \sigma\sqrt{T})) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial S} = & R \times \frac{e^{-iT}}{S} \times \left\{ \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (x_2 - \sigma\sqrt{T})) \right. \\ & \left. + \left( \frac{H}{S} \right)^{2\mu_{lim}} \times \left[ 2\mu \times N(\eta \times (y_2 - \sigma\sqrt{T})) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (y_2 - \sigma\sqrt{T})) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial S} = & -\frac{R}{S} \times \left(\frac{H}{S}\right)^{\mu_{lim}} \\ & \times \left\{ \left(\frac{H}{S}\right)^{\lambda_{lim}} \times \left[ (\mu + \lambda) \times N(\eta z) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta z) \right] \right. \\ & + \left( \frac{H}{S} \right)^{-\lambda_{lim}} \\ & \left. \times \left[ (\mu - \lambda) \times N(\eta \times (z - 2\lambda\sigma\sqrt{T})) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (z - 2\lambda\sigma\sqrt{T})) \right] \right\} \end{aligned}$$

Variáveis auxiliares:

*Auxiliary variables:*

$$x_1 = \frac{\ln(S/K)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T} \quad x_2 = \frac{\ln(S/H)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H^2/SK)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T} \quad y_2 = \frac{\ln(H/S)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T}$$

$$z = \frac{\ln(H/S)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad \mu = \frac{i - c - \sigma^2/2}{\sigma^2} \quad \lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2i}{\sigma^2}}$$

$$\mu_{lim} = \begin{cases} \min \left\{ \mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2} \right\}, & \text{se } H > S \text{ e } \mu > 0 \\ \max \left\{ \mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2} \right\}, & \text{se } H < S \text{ e } \mu < 0 \\ \mu, & \text{para demais casos} \end{cases}$$

$$\lambda_{lim} = \begin{cases} \min \left\{ \lambda, \left| \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} - \mu_{lim} \right|, \left| \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right| \right\}, & \text{se } (H > S \text{ e } \mu > 0) \text{ ou } (H < S \text{ e } \mu < 0) \\ \min \left\{ \lambda, \left| \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right| \right\}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde:

$\Delta_{Kin}(.)$ : Fórmula de delta de opções com barreira Knock-in [*Knock-in barrier option delta*];

$\Delta_{Kout}(.)$ : Fórmula de delta de opções com barreira Knock-out [*Knock-out barrier option delta*];

$\Delta_G(.)$ : Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman) [*Garman option delta*];

$H'(.)$ : Fórmula para ajuste de barreiras de opções flexíveis [*adjusted barriers*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$H$ : Valor da barreira *knock-in* ou *knock-out* [*knock-in/out barrier value*];

*R*: Valor do rebate [*rebate*];

*i*: Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

*c*: Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

*σ*: Volatilidade da opção [*volatility*];

*φ*: Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

*T*: Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

*T* =  $ds/252$

*η*: Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

*N(.* .): Função de Distribuição Normal Padrão Acumulada [*standard normal cdf*];

*N'(.* .): Função Densidade da Distribuição Normal Padrão [*standard normal pdf*].

- d) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples e uma Knock-in  
*Limit and Knock-in Barrier Flexible Option Delta*

$$\begin{aligned} \Delta_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - \Delta_{Kin}(S; B; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \end{aligned}$$

Onde:

$\Delta_{S,Kin}(.)$ : Delta da opção [*limit and knock-in option delta*];

$\Delta_{Kin}(.)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-in [*knock-in option delta*];

*S*: Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

*K*: Preço de exercício [*strike*];

*B*: Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

*i*: Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

*c*: Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

*σ*: Volatilidade da opção [*volatility*];

*φ*: Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

*H*: Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

*R*: Valor do rebate [*rebate*];

*η*: Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

*T*: Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

*T* =  $ds/252$

- e) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples e uma Knock-out  
*Limit and Knock-out Barrier Flexible Option Delta*

$$\begin{aligned} \Delta_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = \Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - \Delta_{Kout}(S; B; i; c; \sigma; T; \varphi; H; \mathbf{0}; \eta) \end{aligned}$$

Onde:

$\Delta_{S,Kout}$ : Delta da opção [*option value*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out option delta*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$H$ : Valor da barreira knock-out [*knock-out barrier value*];

$R$ : Valor do rebate [*rebate*];

$\eta$ : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- f) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com uma barreira Knock-in e uma Knock-out  
*Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Delta*

Se a barreira *Knock-in* foi atingida previamente:

If the knock-in barrier has been previously breached:

$$\Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia  $t$  se:

During the holding period, barrier is breached at  $t$  if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Se  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

If  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

$$\begin{aligned} \Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) &= \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ &\quad - \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ &\quad + \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ &\quad - \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

If  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

$$\Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in})$$

Onde:

$\Delta_{Kin,Kout}(\cdot)$ : Prêmio da opção [*option delta*];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-in [*knock-in option delta*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out option delta*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$H_{in}$ : Valor da barreira knock-in [*knock-in barrier value*];

$H_{out}$ : Valor da barreira knock-out [*knock-out barrier value*];

$R$ : Valor do rebate [*rebate*];

$\eta_{in}$ : Indicador up ou down da barreira in [*knock-in barrier up or down indicator*];

$\eta_{out}$ : Indicador de barreira up ou down da barreira out [*knock-out barrier up or down indicator*].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- g) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples, uma Knock-in e uma Knock-out

*Limit, Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Delta*

Se a barreira Knock-in foi atingida previamente:

If the knock-in barrier has been previously breached:

$$\Delta_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira Knock-in foi atingida no dia  $t$  se:

During the holding period, barrier is breached at  $t$  if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Se  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

If  $\eta_{in} = \eta_{out}$ :

$$\begin{aligned} \Delta_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ = \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ - \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ + \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ - \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

If  $\eta_{in} \neq \eta_{out}$ :

$$\Delta_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; R; \eta_{in})$$

Onde:

$\Delta_{Kin,Kout}(\cdot)$ : Prêmio da opção [*option delta*];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira *Knock-in* [*knock-in option delta*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$ : Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira *Knock-out* [*knock-out option delta*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$B$ : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

$H_{in}$ : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

$H_{out}$ : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];

$R$ : Valor do rebate [*rebate*];

$\eta_{in}$ : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];

$\eta_{out}$ : Indicador de barreira *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

## 5. Cálculo de Volatilidade de Opções / *Options Volatility Calculation*

### 5.1. Volatilidade Implícita / *Implied Volatility*

- a) O cálculo da Volatilidade Implícita de uma determinada opção deve ser realizado conforme os passos abaixo:

*The Implied Volatility calculation for an option is performed according to:*

**Passo 1:** Expansão da superfície de volatilidade implícita (determinação  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$ )

*Step 1: Implied volatility surface expansion (to define  $\sigma_{max}$  and  $\sigma_{min}$ )*

Obter o mapa da superfície de volatilidade implícita publicada pela B3 para o cenário de risco analisado. A volatilidade implícita é mapeada, para cada vencimento, em relação ao delta das opções.

Para o vencimento da opção é obtida o *smile* para o conjunto de Deltas  $\{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N\}$  da superfície publicada pela B3 interpolando (no prazo para cada delta) pela fórmula de *Interpolação Spline Cúbico Natural de uma Curva a Termo* neste documento.

*Obtain the implied volatility surface map published by B3 for the analyzed risk scenario. The implied volatility is mapped for each maturity, in relation to the options delta. For the option maturity is computed the smile for the set of Deltas  $\{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N\}$  published by B3 by means of tenors interpolation through the formula Natural Cubic Spline Interpolation for a Forward Curve in this document for each delta.*

A partir do *smile* obtido, criar uma partição  $(\{\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_P\})$  com vértices  $1, \dots, P$ , em que:

*Create a partition  $(\{\Delta'_1, \Delta'_2, \dots, \Delta'_P\})$  of points  $p = 1, \dots, P$ , such as*

$$P = \min \left( \frac{\Delta_N - \Delta_1}{\delta} + 1; \alpha \right)$$

$$\delta = 0,01$$

$$\alpha = 150$$

Onde:

*Where:*

$P$ : Número de vértices da partição [*Number of vertices of the partition*];

$\Delta_N$ : Valor do maior Delta da Curva de Volatilidades [*Delta Value for the maximum vertex of the Volatility Curve*];

$\Delta_1$ : Valor do menor Delta da Curva de Volatilidades [*Delta Value for the minimum vertex of the Volatility Curve*];

$\delta$ : Parâmetro de Incremento [*Increment Parameter*];

$\alpha$ : Parâmetro de limite [*Limit Parameter*].

Cria-se uma partição do intervalo  $[\Delta_1, \Delta_N]$  e calcula-se os valores de delta para cada elemento da partição,  $\Delta'_1 < \Delta'_2 < \Delta'_3 < \dots < \Delta'_P$ . O Valor de cada  $\Delta'_p$  pode ser determinado pela fórmula:

*It is defined a partition for the interval  $[\Delta_1, \Delta_N]$  and the delta values are computed for each point of the partition,  $\Delta'_1 < \Delta'_2 < \Delta'_3 < \dots < \Delta'_P$ . The face value  $\Delta'_p$  can be determined by the formula:*

$$\Delta'_p = \Delta_1 + (p - 1) \times \delta$$

$$p = 1, 2, 3, \dots, P$$

Onde:

Where:

$\Delta'_p$ : Valor do Delta para vértice  $p$  [delta values for vertex  $p$ ];

$\Delta_1$ : Valor do menor Delta da Curva de Volatilidades [Delta Value for the minimum Delta of the Volatility Curve];

$\delta$ : Parâmetro de Incremento [Increment Parameter];

$P$ : Número de vértices da partição [Number of vertices of the partition].

Para cada vértice  $p$  da partição, calcula-se o valor da Volatilidade por interpolação Spline Cúbico Natural a partir da Curva de Volatilidades (ver *Interpolação Spline Cúbico Natural de uma Curva a Termo* neste documento), ou seja:

*For each vertex  $p$  of the partition, the Volatility value is calculated by a Natural Cubic Spline Interpolation over the Volatility Curve (see *Natural Cubic Spline Interpolation for a Forward Curve* in this document):*

$$\sigma(\Delta'_p) = \text{spline}\{[\sigma(\Delta_1), \sigma(\Delta_2), \sigma(\Delta_3), \dots, \sigma(\Delta_N)]; \Delta'_p\}$$

$$p = 1, 2, 3, \dots, P$$

Onde:

Where:

$\sigma(\Delta'_p)$ : volatilidade interpolada [interpolated volatility];

$\sigma(\Delta_i)$ : Valor da volatilidade para delta do vértice  $i$  da Curva de Volatilidades [Volatility value for the Delta vertex  $i$  of the Volatility Curve];

$\Delta'_p$ : Valor do Delta para vértice  $p$  [delta values for vertex  $p$ ];

$P$ : Número de vértices da partição [Number of vertices of the partition].

A partir dos valores de volatilidades interpoladas determinar a maior volatilidades e menor volatilidade, ou seja:

*From the interpolated volatility values, determine the highest volatility and lowest volatility, that is:*

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= \text{Máximo} \left\{ \sigma(\Delta'_p) : p \in \{1, \dots, P\} \right\} \\ \sigma_{min} &= \text{Mínimo} \left\{ \sigma(\Delta'_p) : p \in \{1, \dots, P\} \right\} \end{aligned}$$

Passo 2: Inicialização da grade de busca (Determinando os Delta da opção associado a volatilidade interpolada)

*Step 2: Search grid initialization (Determining the option Delta associated with interpolated volatility)*

Criar uma grade de valores de volatilidade para cada  $q = 1, \dots, Q$ , em que  
*Create a volatility grid for each value of  $q = 1, \dots, Q$ , where*

$$Q = \min \left( \max \left( \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\gamma} + 1; \kappa + 1 \right); \beta \right)$$

$$\gamma = 0,001$$

$$\beta = 1.000$$

$$\kappa = 150$$

Onde:

Where:

$Q$ : Número de vértices da grade de valores de volatilidade (arredondado para o inteiro posterior sem casas decimais) [*Number of vertices in the grid of the Volatility Curve (rounding for the largest integer value)*];

$\sigma_{\max}$ : Valor da maior volatilidade interpolada [*Largest interpolated volatility*];

$\sigma_{\min}$ : Valor da menor volatilidade interpolada [*Lowest interpolated volatility*];

$\gamma$ : Parâmetro de Incremento [*Increment Parameter*];

$\beta$ : Parâmetro de limite superior [*Upper Limit Parameter*]

$\kappa$ : Parâmetro de limite inferior [*Inferior Limit Parameter*]

Para cada valor  $q$  da grade de valores de volatilidade, determinar uma partição nas volatilidades ( $\sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_Q$ ), tal que

*For each value of  $q$  in the grid of volatility values, determine  $(\sigma_1 < \sigma_2 < \dots < \sigma_Q)$ , such that*

$$\sigma_q = \min(\sigma_{\min} + (q - 1) \times \theta; \sigma_{\max})$$

*em que*

*where*

$$\theta = \begin{cases} \frac{\gamma}{150} & 151 < Q < 1.000 \\ \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{150} & Q = 151 \\ \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{1000} & Q = 1.001 \end{cases}$$

$$q = 1, 2, 3, \dots, Q$$

Onde:

Where:

$Q$ : Número de vértices da grade de valores de volatilidade (arredondado para o inteiro posterior sem casas decimais) [*Number of vertices of the Volatility grid (rounding for the largest integer value)*];

$\sigma_{max}$ : Valor da maior volatilidade interpolada [*Largest interpolated volatility*];

$\sigma_{min}$ : Valor da menor volatilidade interpolada [*Lowest interpolated volatility*];

$\gamma$ : Parâmetro de Incremento [*Increment Parameter*].

Obter todos os parâmetros observáveis que são utilizados na fórmula de apreçamento Garman para apreçamento de opções (ver *Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman)* neste documento). Calcular o Delta associado a cada volatilidade  $\sigma_q$ ,

*Obtain all observable parameters that are used in the Garman pricing formula for pricing options (see Garman Option Delta in this document). Calculate the associated Delta for each volatility  $\sigma_q$ ,*

$$\Delta_q^* = \Delta_G(S; K; i; c; \sigma_q; T; \varphi)$$

$$q = 1, 2, 3, \dots, Q$$

Onde:

Where:

$\Delta_q^*$ : Delta de Garman da opção associado a volatilidade interpolada , dado a volatilidade interpolada  $\sigma_q$  [*Garman's delta of the option associated with the interpolated volatility given the volatility  $\sigma_q$* ];

$\Delta_G(\cdot)$ : Delta da opção [*option delta*];

$S$ : Preço à vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

$K$ : Preço de exercício [*strike*];

$i$ : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

$c$ : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

$\sigma$ : Volatilidade da opção [*volatility*];

$\varphi$ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

$N(\cdot)$ : Função de probabilidade Normal Padrão [*standard normal cdf*];

$T$ : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

**Passo 3: Busca em grade (determinar e erro quadrático  $\varepsilon_q$ )**

*Step 3: Grid search. (determine the quadratic error  $\varepsilon_q$ )*

Para cada  $q = 1, 2, 3, \dots, Q$ , usar os valores de  $\Delta_q^*$  para calcular a Volatilidade por interpolação Spline Cúbico Natural a partir da da superfície de volatilidade implícita (essa volatilidade será referenciada como  $\sigma_q^{smile}$ ).

For each  $q = 1, 2, \dots, Q$ , use the values of  $\Delta_q^*$  to calculate the Volatility value using Natural Cubic Spline Interpolation over the Delta Volatility Curve (this volatility will be referenced as  $\sigma_q^{smile}$ ).

$$\sigma_q^{smile} = \text{spline}\{[\sigma(\Delta_1), \sigma(\Delta_2), \sigma(\Delta_3), \dots, \sigma(\Delta_N)]; \Delta_q^*\}$$

$$q = 1, 2, 3, \dots, Q$$

Calcula-se para cada valor de  $\sigma_q^{smile}$  o erro quadrático  $\varepsilon_q$ , tal que

Calculate for each value of  $\sigma_q^{smile}$  the square error  $\varepsilon_q$ , such as

$$\varepsilon_q = (\sigma_q - \sigma_q^{smile})^2$$

#### Passo 4: Resultado

Step 4: Result

Obtém-se a Volatilidade Implícita ( $\sigma$ ) da opção que corresponde ao menor erro quadrático dentre todos os valores de  $\sigma_q$ , ou seja:

Obtain the Implicit Volatility ( $\sigma$ ) of the option that corresponds to the smallest squared error for all  $\sigma_q$ , that is:

$$\sigma = \sigma_{q*} = \min_{q=1,2,3,\dots,Q} (\varepsilon_q).$$

## 6. Margem Mínima / Minimum Margin Call

### 6.1. Margem Mínima de Opções / Option Minimum Margin Call

#### a) Cálculo da Margem Mínima de uma Carteira de Opções

*Option Minimum Margin Call*

O cálculo do Prêmio Mínimo de opções deve ocorrer considerando-se apenas a carteira de opções sem ajuste do participante, e apenas o pior cenário de risco obtido pelo CORE. Este processo é válido para o CORE 0 e CORE M.

*During Option Minimum Margin Call calculation, only the participant's non-future style options portfolio and the worst case risk scenario should be considered for evaluation. This process is applicable for CORE 0 and CORE M.*

No contexto do cálculo da Margem Mínima, definimos o ativo-objeto como sendo os instrumentos que possuem os mesmos atributos, conforme a seguinte regra:

*In this context, the underlying is defined as instruments with the same attributes, according with following rules:*

Para as opções sobre ações, os atributos são [For Equity Options, the attributes must be]:

- Segmento [Segment]
- Mercado [Market]
- Mercadoria [Commodity]
- Símbolo [Symbol]

Para as demais opções, os atributos são [For others Options, the attributes must be]:

- Segmento [Segment]
- Mercado [Market]
- Mercadoria [Commodity]

Considerando-se um mesmo ativo-objeto e desprezando-se as opções com ajuste, seja a seguinte representação da carteira de opções sem ajuste do participante:

*Let the participant's portfolio of non-future style options with a same given underlying be as follows:*

Opções Call:  $[c_1, c_2, \dots, c_{nc}]$

Opções Put:  $[p_1, p_2, \dots, p_{np}]$

Caso não haja posições vendidas (quantidade < 0) na carteira, o processo de cálculo do prêmio mínimo deve ser desconsiderado.

*If there are no short option positions in the portfolio (quantity < 0), this process should be finished.*

Somando-se as quantidades das posições da carteira de opções, caso o resultado dessa soma seja maior ou igual a zero, o processo de cálculo do prêmio mínimo também deve ser desconsiderado.

*By adding up the quantities of the portfolio option positions, if the result is greater than or equal to zero, this process should be finished.*

O cálculo do Prêmio Mínimo da carteira de opções sem ajuste deve ser realizado conforme os passos abaixo:

*Option Minimum Margin Call calculation is described on the following steps:*

1. Calcule o delta para cada uma das opções da carteira do participante:

*Calculate option delta for each option in the participant's portfolio:*

$$\delta = \Delta\{S, K, i, c, \sigma, T, \varphi\}$$

O cálculo deve ser realizado respeitando-se a configuração de barreiras da opção (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento). O cálculo do delta para cada uma das opções da carteira resultará nos vetores:

*This calculation should consider the barriers of flexible options (see Option Delta Formulas in this document). Option delta calculation results in the following vectors:*

*Opções Call:  $[\delta_{c_1}, \delta_{c_2}, \dots, \delta_{c_n}]$*

*Opções Put:  $[\delta_{p_1}, \delta_{p_2}, \dots, \delta_{p_n}]$*

2. Considere que:

*Let:*

- $c_{min}$  é a opção *call* de posição vendida (quantidade < 0) e cujo delta é o menor das opções *call*;

*$c_{min}$  be the short call option (quantity < 0) which delta is the smallest among the call options;*

- Se houver mais de uma opção nesta condição,  $c_{min}$  é aquela de maior preço de exercício.

*Existing more than one option with the smallest delta, let  $c_{min}$  be the one with the largest strike.*

- $p_{max}$  é a opção *put* de posição vendida (quantidade < 0) e cujo delta é o menor das opções *put*.

*$p_{max}$  be the short put option (quantity < 0) which delta is the smallest among the put options;*

- Se houver mais de uma opção nesta condição,  $p_{max}$  é aquela de maior preço de exercício.

*Existing more than one option with the smallest delta, let  $p_{max}$  be the one with the largest strike.*

3. Considere que  $\delta$  é um parâmetro do sistema igual a (e.g. 10%). Se  $\delta_{c_{min}} > \delta$  e  $\delta_{p_{max}} < -\delta$ , o processo deve ser encerrado.

*Let  $\delta$  be a system parameter (e.g. 10%). If  $\delta_{c_{min}} > \delta$  and  $\delta_{p_{max}} < -\delta$  this process should be finished.*

4. Identifique as posições “fora do dinheiro”, denotadas por:

*May “out-of-the-money” positions be as follows:*

- $C_\delta$ : as opções *call* com delta <  $\delta$  e

*$C_\delta$ : call options with delta <  $\delta$  and*

- $P_\delta$ : as opções *put* com delta >  $-\delta$ ;

$P_\delta$ : put options with delta  $> -\delta$ ;

5. Calcule o valor financeiro das posições “fora do dinheiro”  $M(C_\delta)$  e  $M(P_\delta)$ :

*Calculate “out-of-the-money” positions financial amount  $M(C_\delta)$  and  $M(P_\delta)$ :*

$$M(C_\delta) = \sum P(C_\delta)$$

$$M(P_\delta) = \sum P(P_\delta)$$

6. Para a opção  $c_{min}$ , calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se  $\Delta=\delta$ , onde  $\delta$  é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

*Calculate the underlying value from the  $c_{min}$  option delta (see Option Delta Formulas in this Document), considering  $\Delta=\delta$ , where  $\delta$  is a system parameter (e.g. 10%):*

$$S_{c_{min}} = S_G(\delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

7. Calcular o prêmio da opção  $c_{min}$ , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apreçamento mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apreçamento* neste documento):

*Calculate the  $c_{min}$  option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see Pricing Formulas in this document):*

$$P_{c_{min}} = P(S_{c_{min}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

8. Para a opção  $p_{max}$ , calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se  $\Delta=\delta$ , onde  $\delta$  é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

*Calculate the underlying value from the  $p_{max}$  option delta (see Option Delta Formulas in this Document), considering  $\Delta=\delta$ , where  $\delta$  is a system parameter (e.g. 10%):*

$$S_{p_{max}} = S_G(\delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

9. Calcular o prêmio da opção  $p_{max}$ , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apreçamento mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apreçamento* neste documento):

*Calculate the  $p_{max}$  option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see Pricing Formulas in this document):*

$$P_{p_{max}} = P(S_{p_{max}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

10. Para cada posição comprada em opção *call*  $c_i$  (quantidade  $> 0$ ) cujo delta  $\delta_{c_i} < \delta$ , calcular o prêmio utilizando-se o ativo-objeto  $S_{c_{min}}$ :

*For each long call position  $c_i$  (quantity  $> 0$ ) with delta  $\delta_{c_i} < \delta$ , calculate its premium considering the underlying value  $S_{c_{min}}$ :*

$$P_{c_i} = \max(P(S_{c_{min}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi); P_{c_i})$$

11. Para cada posição comprada em opção *put*  $p_i$  (quantidade  $> 0$ ) cujo delta  $\delta_{p_i} > -\delta$ , calcular o prêmio utilizando-se o ativo-objeto  $S_{p_{max}}$ :

*For each long call position  $c_i$  (quantity  $> 0$ ) with delta  $\delta_{c_i} < \delta$ , calculate its premium considering the underlying value  $S_{c_{min}}$ :*

$$P_{p_i} = \max(P(S_{p_{max}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi); P_{p_i})$$

12. Para cada posição vendida em opção *call*  $c_i$  (quantidade < 0) cujo delta  $\delta_{c_i} < \delta$ , calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se  $\Delta=\delta$ , onde  $\delta$  é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

*For each short call position  $c_i$  (quantity < 0) with delta  $\delta_{c_i} < \delta$ , calculate the underlying value from its delta (see Option Delta Formulas in this Document), considering  $\Delta=\delta$ , where  $\delta$  is a system parameter (e.g. 10%).*

$$S_{c_i} = S_G(\boldsymbol{\delta}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

13. Calcular o prêmio da opção  $c_i$ , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apreçamento mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apreçamento* neste documento):

*Calculate the  $c_i$  option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see Pricing Formulas in this document):*

$$P_{c_i} = P(S_{c_i}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

14. Para cada posição vendida em opção *put*  $p_i$  (quantidade < 0) cujo delta  $\delta_{p_i} > -\delta$ , calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se  $\Delta=\delta$ , onde  $\delta$  é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

*For each long put position  $p_i$  (quantity < 0) with delta  $\delta_{p_i} > -\delta$ , calculate the underlying value from its delta (see Option Delta Formulas in this Document), considering  $\Delta=\delta$ , where  $\delta$  is a system parameter (e.g. 10%).*

$$S_{p_i} = S_G(\boldsymbol{\delta}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

15. Calcular o prêmio da opção  $p_i$ , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apreçamento mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apreçamento* neste documento):

*Calculate the  $p_i$  option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see Pricing Formulas in this document):*

$$P_{p_i} = P(S_{p_i}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

16. Calcular o valor financeiro das posições “fora do dinheiro” reavaliadas nos passos anteriores  $M^*(C_\delta)$  e  $M^*(P_\delta)$ :

*Calculate the financial amount  $M^*(C_\delta)$  and  $M^*(P_\delta)$  from the “out-of-the-money” positions reassessed in the previous steps;*

17. Denotando por  $M'$  o valor financeiro das posições “dentro do dinheiro”, que não foram reavaliadas nos passos anteriores, a margem mínima da carteira de opções é definida como:

*Let  $M'$  be the financial amount of the “in-the-money” positions, not assessed in the previous steps. The Option Minimum Margin Call is given by:*

$$M = M' + \min(M^*(C_\delta); M(C_\delta)) + \min(M^*(P_\delta); M(P_\delta))$$

## 7. Fórmulas Auxiliares / Additional Formulas

### 7.1. Distribuição Normal / Normal Distribution

- a) Distribuição Normal Padrão Univariada Acumulada

*Cumulative Standard Normal Distribution*

$$N(x) = \begin{cases} e^{-y^2/2} \times A/B, & \text{se } y < z \\ \frac{e^{-y^2/2}}{C \times c_1}, & \text{se } z \leq y < 37 \\ 0, & \text{se } y > 37 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A &= \left( \left( \left( ((a_1 \times y + a_2) \times y + a_3) \times y + a_4 \right) \times y + a_5 \right) \times y + a_6 \right) \times y + a_7 \\ B &= \left( \left( \left( ((b_1 \times y + b_2) \times y + b_3) \times y + b_4 \right) \times y + b_5 \right) \times y + b_6 \right) \times y + b_7 \\ C &= y + 1/(y + 2/(y + 3/(y + 4/(y + 0,65)))) \end{aligned}$$

Onde:

$$y = |x|$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,0352624965998911 \\ a_2 &= 0,700383064443688 \\ a_3 &= 6,37396220353165 \\ a_4 &= 33,912866078383 \\ a_5 &= 112,079291497871 \\ a_6 &= 221,213596169931 \\ a_7 &= 220,206867912376 \\ b_1 &= 0,0883883476483184 \\ b_2 &= 1,75566716318264 \\ b_3 &= 16,064177579207 \\ b_4 &= 86,7807322029461 \\ b_5 &= 296,564248779674 \\ b_6 &= 637,333633378831 \\ b_7 &= 793,826512519948 \\ b_8 &= 440,413735824752 \\ c_1 &= 2,506628274631 \\ z &= 7,07106781186547 \end{aligned}$$

- b) Função Densidade da Distribuição Normal Padrão

*Standard Normal Distribution Density Function*

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-x^2/2}$$

- c) Distribuição Normal Padrão Bivariada Acumulada

*Cumulative Bivariate Standard Normal Distribution*

$$M(a, b, \rho) = CBND$$

**Código Visual Basic para CBND:**

*Visual Basic code for CBND:*

```

Public Function CBND(X As Double, y As Double, rho As Double) As Double

Dim i As Integer, ISs As Integer, LG As Integer, NG As Integer
Dim xx(10, 3) As Double, W(10, 3) As Double
Dim H As Double, k As Double, hk As Double, hs As Double, BVN As Double, Ass As
Double, asr As Double, sn As Double
Dim a As Double, b As Double, bs As Double, c As Double, d As Double
Dim xs As Double, rs As Double

W(1, 1) = 0.17132449237917
xx(1, 1) = -0.932469514203152
W(2, 1) = 0.360761573048138
xx(2, 1) = -0.661209386466265
W(3, 1) = 0.46791393457269
xx(3, 1) = -0.238619186083197

W(1, 2) = 4.71753363865118E-02
xx(1, 2) = -0.981560634246719
W(2, 2) = 0.106939325995318
xx(2, 2) = -0.904117256370475
W(3, 2) = 0.160078328543346
xx(3, 2) = -0.769902674194305
W(4, 2) = 0.203167426723066
xx(4, 2) = -0.587317954286617
W(5, 2) = 0.233492536538355
xx(5, 2) = -0.36783149899818
W(6, 2) = 0.249147045813403
xx(6, 2) = -0.125233408511469

W(1, 3) = 1.76140071391521E-02
xx(1, 3) = -0.993128599185095
W(2, 3) = 4.06014298003869E-02
xx(2, 3) = -0.963971927277914
W(3, 3) = 6.26720483341091E-02
xx(3, 3) = -0.912234428251326
W(4, 3) = 8.32767415767048E-02
xx(4, 3) = -0.839116971822219
W(5, 3) = 0.10193011981724
xx(5, 3) = -0.746331906460151
W(6, 3) = 0.118194531961518
xx(6, 3) = -0.636053680726515
W(7, 3) = 0.131688638449177
xx(7, 3) = -0.510867001950827
W(8, 3) = 0.142096109318382
xx(8, 3) = -0.37370608871542
W(9, 3) = 0.149172986472604
xx(9, 3) = -0.227785851141645
W(10, 3) = 0.152753387130726
xx(10, 3) = -7.65265211334973E-02

If Abs(rho) < 0.3 Then
    NG = 1
    LG = 3
ElseIf Abs(rho) < 0.75 Then

```

```

NG = 2
LG = 6
Else
    NG = 3
    LG = 10
End If

H = -X
k = -y
hk = H * k
BVN = 0

If Abs(rho) < 0.925 Then
    If Abs(rho) > 0 Then
        hs = (H * H + k * k) / 2
        asr = ArcSin(rho)
        For i = 1 To LG
            For ISS = -1 To 1 Step 2
                sn = Sin(asr * (ISS * xx(i, NG) + 1) / 2)
                BVN = BVN + W(i, NG) * Exp((sn * hk - hs) / (1 - sn * sn))
            Next ISS
        Next i
        BVN = BVN * asr / (4 * Pi)
    End If
    BVN = BVN + CND(-H) * CND(-k)
Else
    If rho < 0 Then
        k = -k
        hk = -hk
    End If
    If Abs(rho) < 1 Then
        Ass = (1 - rho) * (1 + rho)
        a = Sqr(Ass)
        bs = (H - k) ^ 2
        c = (4 - hk) / 8
        d = (12 - hk) / 16
        asr = -(bs / Ass + hk) / 2
        If asr > -100 Then BVN = a * Exp(asr) * (1 - c * (bs - Ass) * (1 - d * bs / 5)
        / 3 + c * d * Ass * Ass / 5)
        If -hk < 100 Then
            b = Sqr(bs)
            BVN = BVN - Exp(-hk / 2) * Sqr(2 * Pi) * CND(-b / a) * b * (1 - c * bs * (1 -
            d * bs / 5) / 3)
        End If
        a = a / 2
        For i = 1 To LG
            For ISS = -1 To 1 Step 2
                xs = (a * (ISS * xx(i, NG) + 1)) ^ 2
                rs = Sqr(1 - xs)
                asr = -(bs / xs + hk) / 2
                If asr > -100 Then
                    BVN = BVN + a * W(i, NG) * Exp(asr) * (Exp(-hk * (1 - rs) / (2 * (1 +
                    rs))) / rs - (1 + c * xs * (1 + d * xs)))
                End If
            Next ISS
        Next i
        BVN = -BVN / (2 * Pi)
    End If
    If rho > 0 Then
        BVN = BVN + CND(-Max(H, k))
    Else
        BVN = -BVN
        If k > H Then BVN = BVN + CND(k) - CND(H)
    End If
End If

```

CBND = BVN

End Function

#### d) Distribuição Normal Inversa Acumulada

*Inverse Cumulative Normal Distribution*

$$N^{-1}(x) = CNDEV$$

Código Visual Basic para CNDEV:

*Visual Basic code for CBND:*

```
Public Function CNDEV(U As Double) As Double

    Dim X As Double, r As Double
    Dim A As Variant, b As Variant, c As Variant

    A = Array(2.50662823884, -18.61500062529, 41.39119773534, -25.44106049637)
    b = Array(-8.4735109309, 23.08336743743, -21.06224101826, 3.13082909833)
    c = Array(0.337475482272615, 0.976169019091719, 0.160797971491821,
    2.76438810333863E-02, 3.8405729373609E-03, 3.951896511919E-04, 3.21767881767818E-
    05, 2.888167364E-07, 3.960315187E-07)

    X = U - 0.5
    If Abs(X) < 0.92 Then
        r = X * X
        r = X * (((A(3) * r + A(2)) * r + A(1)) * r + A(0)) -
        / (((b(3) * r + b(2)) * r + b(1)) * r + b(0)) * r + 1
        CNDEV = r
        Exit Function
    End If
    r = U
    If X >= 0 Then r = 1 - U
    r = Log(-Log(r))
    r = c(0) + r * (c(1) + r * (c(2) + r * (c(3) + r + (c(4) +
    r * (c(5) + r * (c(6) + r * (c(7) + r * c(8)))))))
    If X < 0 Then r = -r
    CNDEV = r

End Function
```

## 7.2. Conversão de Taxas / Rate Conversion

#### a) Conversão de Taxa ao Período para Taxa Continuamente Composta

*Continuously Compounded Interest Rate*

$$i_{cc}(i; t_j; T) = \ln(i) \times T/t_j$$

Onde:

$i_{cc}$ : Taxa continuamente composta [*continuously compounded interest rate*];

$i$ : Taxa expressa ao período (em fator) [*interest rate*];

$t_j$ : Quantidade de dias referente ao prazo  $j$  [maturity];

$$t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$$

$T$ : Base da curva [curve base code].

- b) Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples

*Simple Capitalization Interest Rate*

$$i_s(i_j; t_j; T) = \begin{cases} i_j \times t_j/T + 1, & i_j > -T/t_j \\ \text{valor\_mínimo}, & i_j \leq -T/t_j \end{cases}$$

Onde:

$i$ : Taxa no período (em fator) [accrued interest rate];

$i_j$ : Taxa expressa ao ano, em percentual, no prazo  $j$  [annual interest rate];

$t_j$ : Quantidade de dias referente ao prazo  $j$  [maturity];

$$t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$$

$T$ : Base da curva [curve base code].

$\text{valor\_mínimo} = (10)^{-7}$  [minimum value]

- c) Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização composta

*Composed Capitalization Interest Rate*

$$i_c(i_j; t_j; T) = \begin{cases} (1 + i_j)^{t_j/T}, & i_j > -1 \\ \text{valor\_mínimo}, & i_j \leq -1 \end{cases}$$

Onde:

$i$ : Taxa no período (em fator) [accrued interest rate];

$i_j$ : Taxa expressa ao ano, em percentual, no prazo  $j$  [annual interest rate];

$$t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$$

$T$ : Base da curva [curve base code].

$\text{valor\_mínimo} = (10)^{-7}$  [minimum value]

### 7.3. Interpolação / Interpolation

- a) Interpolação Forward de Curva a Termo

*Forward Based Interpolation*

$$V = V_j \times \left( \frac{V_{j+1}}{V_j} \right)^{\left( \frac{t-t_j}{t_{j+1}-t_j} \right)}$$

Onde:

$V$ : Valor do Vértice (preço ou fator ao período) referente ao prazo-alvo [*target maturity value*];  
 $V_j$ : Valor do Vértice no prazo  $j$  (preço ou fator ao período de acordo com a base da curva), imediatamente anterior ao prazo-alvo [*preceding value*];  
 $V_{j+1}$ : Valor do Vértice no prazo  $j+1$  (preço ou fator ao período de acordo com a base da curva), imediatamente posterior ao prazo-alvo [*posterior value*];  
 $t$ : Quantidade de dias do Vértice referente ao prazo-alvo [*target maturity*];  
 $t = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$   
 $t_j$ : Quantidade de dias do Vértice imediatamente anterior ao prazo-alvo [*preceding maturity*];  
 $t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$   
 $t_{j+1}$ : Quantidade de dias do Vértice imediatamente posterior ao prazo-alvo [*posterior maturity*];  
 $t_{j+1} = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$   
 $T$ : Base de interpolação [*interpolation base code*].

b) Interpolação de Taxa Continuamente Composta

*Compound Interest Rate Interpolation*

$$V_c = \ln \left[ V_j \times \left( \frac{V_{j+1}}{V_j} \right)^{\left( \frac{t-t_j}{t_{j+1}-t_j} \right)} \right]^{t/T}$$

Onde:

$V_j$ : Valor do Vértice no prazo  $j$  (preço ou fator ao período de acordo com a base da curva), imediatamente anterior ao prazo-alvo [*preceding value*];  
 $V_{j+1}$ : Valor do Vértice no prazo  $j+1$  (preço ou fator ao período de acordo com a base da curva), imediatamente posterior ao prazo-alvo [*posterior value*];  
 $t$ : Quantidade de dias do Vértice referente ao prazo-alvo [*target maturity*];  
 $t = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$   
 $t_j$ : Quantidade de dias do Vértice imediatamente anterior ao prazo-alvo [*preceding maturity*];  
 $t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$   
 $t_{j+1}$ : Quantidade de dias do Vértice imediatamente posterior ao prazo-alvo [*posterior maturity*];  
 $t_{j+1} = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$   
 $T$ : Base de interpolação [*interpolation base code*].

c) Interpolação Spline Cúbico Natural de Curva a Termo

*Cubic Spline Based Interpolation*

A interpolação por *Spline Cúbico Natural* deve ser realizada para encontrar-se o valor de um determinado vértice de índice  $x$  a partir de uma lista de vértices ordenada por índice, conforme segue:

*Cubic Spline based interpolation is performed to find a value from a given vertex from a vertices ordered array, as follows:*

$$\sigma(x) = \text{spline}\{[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)]; x\}$$

Onde:

Where:

$\sigma(x)$ : Valor do vértice de índice  $x$  [vertex value at index  $x$ ];

$\sigma(y_n)$ : Valor do  $n$ -ésimo vértice da lista de vértices ordenada por índice [vertex value at index  $y_n$ ];

$N$ : Número de vértices da lista [Number of vertices];

$x$ : Índice do vértice-alvo da interpolação por Spline Cúbico Natural [interpolation target index].

Para o cálculo do Spline, considere duas listas de vértices auxiliares  $\sigma''(y)$  e  $u(y)$ , de mesmo tamanho da lista original ( $N$  vértices), com os mesmos índices, ou seja:

Consider two auxiliary vertexes arrays, both with the same length and indeces as the previous one, as follows:

$$[\sigma''(y_1), \sigma''(y_2), \sigma''(y_3), \dots, \sigma''(y_N)]$$

$$[u(y_1), u(y_2), u(y_3), \dots, u(y_N)]$$

O cálculo deve ser realizado conforme os passos abaixo:

The calculation is performed according to the following steps:

1. Considere, para os primeiros e últimos vértices das listas auxiliares:

Define, for the first and last vertexes of the auxiliary arrays:

$$\sigma''(y_1) = 0$$

$$u(y_1) = 0$$

$$\sigma''(y_N) = 0$$

$$u(y_N) = 0$$

2. Para cada vértice  $n$  da lista original, a partir do segundo ( $\sigma''(y_2)$ ) até o penúltimo ( $\sigma''(y_{N-1})$ ):

For each  $n$  vertex from the first array, from the second ( $\sigma''(y_2)$ ) through the  $N-1$ -th ( $\sigma''(y_{N-1})$ ):

$$s(n) = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_{n+1} - y_{n-1}}$$

$$p(n) = s(n) \times \sigma''(y_{n-1}) + 2$$

$$\sigma''(y_n) = \frac{s(n) - 1}{p(n)}$$

$$u(y_n) = \frac{\sigma(y_{n+1}) - \sigma(y_n)}{y_{n+1} - y_n} - \frac{\sigma(y_n) - \sigma(y_{n-1})}{y_n - y_{n-1}}$$

$$u(y_n) = \frac{\frac{6 \times u(y_n)}{y_{n+1} - y_{n-1}} - s(n) \times u(y_{n-1})}{p(n)}$$

3. Para cada vértice  $n$  da lista auxiliar  $\sigma''(y)$ , a partir do penúltimo ( $\sigma''(y_{N-1})$ ) até o segundo ( $\sigma''(y_2)$ ), em ordem decrescente:

For each vertex  $n$  from the  $\sigma''(y)$  auxiliary list, from the  $N-1$ -th ( $\sigma''(y_{N-1})$ ) through the second ( $\sigma''(y_2)$ ), in descending order:

$$\sigma''(y_n) = \sigma''(y_n) \times \sigma''(y_{n+1}) + u(y_n)$$

4. Realize os seguintes cálculos:

*Perform calculation as follows:*

$$A = \frac{y_{x+1} - x}{y_{x+1} - y_{x-1}}$$

$$B = 1 - A$$

$$C = 1/6 \times (A^3 - A) \times (y_{x+1} - y_{x-1})^2$$

$$D = 1/6 \times (B^3 - B) \times (y_{x+1} - y_{x-1})^2$$

$$\sigma(x) = A \times \sigma(y_{x-1}) + B \times \sigma(y_{x+1}) + C \times \sigma''(y_{x-1}) + D \times \sigma''(y_{x+1})$$

Onde:

*Where:*

*x: Índice do vértice-alvo da interpolação [target vertex index];*

*y<sub>x+1</sub>: Índice do vértice imediatamente posterior a x [posterior index];*

*y<sub>x-1</sub>: Índice do vértice imediatamente anterior a x [preceding index];*

*σ''(y<sub>x+1</sub>): Valor do vértice imediatamente posterior a x da lista auxiliar σ''(y) [posterior value];*

*σ''(y<sub>x-1</sub>): Valor do vértice imediatamente anterior a x da lista auxiliar σ''(y) [preceding value];*

*σ(x): Valor do vértice-alvo da interpolação [target vertex value].*

*Obs.:*

- Se  $x < y_1 \Rightarrow \sigma(x) = \sigma(y_1)$
- Se  $x > y_N \Rightarrow \sigma(x) = \sigma(y_N)$
- Se  $\sigma(x) < \min[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)] \Rightarrow \sigma(x) = \min[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)]$
- Se  $\sigma(x) > \max[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)] \Rightarrow \sigma(x) = \max[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)]$

## 7.4. Barreira de Opções Flexíveis / Flexible Option Barrier

### a) Ajuste em Barreira de Opções Flexíveis

*Flexible Option Adjusted Barrier*

$$H'(H, S, \sigma) = \begin{cases} H \times e^{\beta \times \sigma \times \sqrt{T}}, & \text{se } H > S \\ H \times e^{-\beta \times \sigma \times \sqrt{T}}, & \text{se } H < S \end{cases}$$

Onde:

*H'(.): Barreira ajustada da opção [option adjusted barrier];*

*H: Valor da barreira da opção [barrier value];*

*S: Valor do ativo-objeto da opção [option underlying];*

*σ: Volatilidade da opção [volatility];*

$\beta = 0,5826$

$T = 1/252$