



CORE

Closeout Risk Evaluation

Fórmulas e Mapeamentos /
Formulas and Mappings

Sumário

1.	Introdução / Introduction	3
2.	Fórmulas de Risco / Risk Formulas	4
2.1.	Spot.....	4
2.2.	Futuros / Futures	4
2.3.	Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options.....	13
2.4.	Swaps.....	20
2.5.	Termos / Forwards	20
2.6.	Opções Flexíveis / Flexible Options	22
2.7.	Títulos Públicos e Privados / Corporate and Government Bonds	24
3.	Fórmulas de Apreçamento / Pricing Formulas.....	30
3.1.	Futuros / Futures	30
3.2.	Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options.....	35
3.3.	Swaps.....	40
3.4.	Termos / Forwards	49
3.5.	Opções Flexíveis / Flexible Options	50
3.6.	Títulos Públicos e Privados / Corporate and Government Bonds	58
4.	Fórmulas de Delta de Opções / Option Delta Formulas.....	64
4.1.	Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options.....	64
4.2.	Opções Flexíveis / Flexible Options	66
5.	Cálculo de Volatilidade de Opções / Options Volatility Calculation.....	74
5.1.	Volatilidade Implícita / Implied Volatility.....	74
6.	Margem Mínima / Minimum Margin Call	78
6.1.	Margem Mínima de Opções / Option Minimum Margin Call.....	78
7.	Fórmulas Auxiliares / Additional Formulas.....	82
7.1.	Distribuição Normal / Normal Distribution	82
7.2.	Conversão de Taxas / Rate Conversion	85
7.3.	Interpolação / Interpolation.....	86
7.4.	Barreira de Opções Flexíveis / Flexible Option Barrier.....	89

1. Introdução / Introduction

Este documento tem por objetivo fornecer as fórmulas de cálculo de risco e apuração utilizadas pelo CORE para estimação de risco de mercado de posições nos ativos cuja BM&FBOVESPA tem o papel de CCP, quais sejam: (i) ativos negociados em pregão; (ii) ativos aceitos como garantia; (iii) ativos negociados no mercado de balcão (OTC).

Nas fórmulas especificadas as variáveis destacadas em azul negrito são **Fatores Primitivos de Risco**.

Os valores dos parâmetros dos Fatores Primitivos de Risco são disponibilizados diariamente pela BM&FBOVESPA através do arquivo Fatores Primitivos de Risco.

The document provides the risk calculation and pricing formulas used by CORE to estimate the market risk of instruments for which BM&FBOVESPA offers central counterparty services: (i) listed contracts; (ii) assets posted as collateral; (iii) OTC contracts.

In these formulas the bold blue variables represent Primitive Risk Factors.

The values for the Primitive Risk Factors parameters are daily provided by BM&FBOVESPA in Primitive Risk Factor file.

2. Fórmulas de Risco / Risk Formulas

2.1. Spot

a) Risco de ativos a vista (90)

Spot Risk Evaluation

$$RM_t(.) = S_t$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do ativo a vista no dia t [*spot market risk*];

S_t : Preço a vista do ativo no dia t [*underlying*];

b) Risco de ativos a vista negociados no exterior (91)

Foreign Traded Spot Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times S_t$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do ativo a vista no dia t [*spot market risk*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

S_t : Preço a vista do ativo no dia t [*underlying*];

2.2. Futuros / Futures

c) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio (1)

Exchange Rate Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_{TC}(S_t; i_t; c_t) - F_{TC}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{TC}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de taxa de câmbio [*exchange rate future value*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [*underlying*];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*domestic interest rate*];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

N : Unidade de apregoação do contrato [*trading reference quantity*].

d) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta (relação direta) (2)

Composed Exchange Rate Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_{TCC}(S_t; H_t; i_t; c_t; s_t) - F_{TCC}(S_{t-1}; H_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; s_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{TCC}(.)$: Fórmula para apreamento de contratos futuros de taxa de câmbio composta [*composed exchange rate future value*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [*underlying*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*domestic interest rate*];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*];

s_t : *Spread* entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

N : Unidade de apregoação do contrato [*trading reference quantity*].

e) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta (relação inversa) (3)

Inverse Composed Exchange Rate Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_{TCI}(S_t; H_t; i_t; c_t; s_t) - F_{TCI}(S_{t-1}; H_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; s_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{TCI}(.)$: Fórmula para apreamento de contratos futuros de taxa de câmbio composta – relação inversa [*inverse composed exchange rate future value*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [*underlying*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*domestic interest rate*];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*];

s_t : *Spread* entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

N : Unidade de apregoação do contrato [*trading reference quantity*].

f) Risco de contratos futuros de ouro (4)

Gold Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_O(S_t; i_t) - F_O(S_{t-1}; i_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_O(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de ouro [gold future value];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [underlying];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

g) Risco de contratos futuros de dívida externa (5)

Foreign Bond Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times (F_{DE}(S_t; c_t) - F_{DE}(S_{t-1}; c_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_{DE}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de dívida externa [foreign bond future value];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [underlying];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

h) Risco de contratos futuros de taxa de juro – DI1 (6)

DI1 Interest Rate Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \left(F_{DI}(N; i_t) - \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{DI}(N; i_{t-1}) \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_{DI}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de DI1 [DI1 interest rate future value];

N : Valor notional de face do contrato futuro [notional];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

S_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [spot index];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

i) Risco de contratos futuros de taxa de juro – OC1 (16)

OC1 Interest Rate Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \left(F_{OC}(N; i_t; S_t) - \frac{I_t}{I_{t-1}} \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{OC}(N; i_{t-1}; S_{t-1}) \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{OC}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de OC1 [*OC1 interest rate future value*];

N : Valor nominal de face do contrato futuro [*notional*];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*domestic interest rate*];

S_t : *Spread* entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

I_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [*spot index*];

S_t : Índice do *spread* entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia t [*spread index*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

j) Risco de contratos futuros de cupom cambial – DDI (7)

Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – DDI

$$RM_t(.) = \left(H_t \times F_{CC}(N; c_t) - H_{t-1} \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{CC}(N; c_{t-1}) \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{CC}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de cupom cambial DDI [*DDI foreign interest rate future value*];

N : Valor nominal de face do contrato futuro [*notional*];

S_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [*spot index*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

c_t : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*underlying foreign interest rate*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

k) Risco de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCC (13)

Swap Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – SCC

Se Data-Base < Data-Atual ($T_0 < 0$):

If Base-Date < Current Date ($T_0 < 0$):

$$RM_t(.) = \left(H_t \times F_{SCC}(N; c_t) - H_{t-1} \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{SCC}(N; c_{t-1}) \right) \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times M$$

Se Data-Base \geq Data-Atual ($T_0 \geq 0$):

If Base-Date \geq Current Date ($T_0 \geq 0$):

$$RM_t(.) = \left(F_{SCC}(N; c_t/c_{t_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left(H_t/c_{t_0} \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_{SCC}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de swap de cupom cambial SCC [SCC foreign interest rate future value];

N : Valor notional de face do contrato futuro [notional];

S_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [spot index];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

c_t : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

c_{t_0} : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data de início de valorização [underlying foreign interest rate];

c_{start} : Cupom cambial negociado em leilão, ao período e em fator, para o prazo entre a data de início de valorização e o vencimento do contrato ($T - T_0$) [start foreign interest rate];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

T_0 : Prazo para a data de início de valorização, em dias de saque [position date maturity].

l) Risco de contratos futuros de cupom cambial – DCO (17)

Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – DCO

$$RM_t(.) = \left(H_t \times F_{DC}(N; c_t; S_t) - H_{t-1} \times \frac{I_t}{I_{t-1}} \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{DC}(N; c_{t-1}; S_{t-1}) \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_{DC}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de cupom cambial DCO [DCO foreign interest rate future value];

N : Valor notional de face do contrato futuro [notional];

I_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [spot index];

S_t : Índice do spread entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia t [spread index];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

c_t : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

s_t : Spread entre o cupom cambial DI com o cupom objeto do contrato no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

m) Risco de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCS (18)

Swap Foreign Interest Rate Future Risk Evaluation – SCS

Se Data-Base < Data-Atual ($T_0 < 0$):

If Base-Date < Current Date ($T_0 < 0$):

$$RM_t(.) = \left(H_t \times F_{SCS}(N; c_t; s_t) - H_{t-1} \times \frac{I_t}{I_{t-1}} \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{SCS}(N; c_{t-1}; s_{t-1}) \right) \times \frac{I_t}{I_{t-1}} \times \frac{S_t}{S_{t-1}} \times M$$

Se Data-Base \geq Data-Atual ($T_0 \geq 0$):

If Base-Date \geq Current Date ($T_0 \geq 0$):

Se Data-Atual = Primeiro dia do encerramento:

If Current Date = First closeout date:

$$RM_t(.) = \left(F_{SCS}(N; c_t/c_{t_0}; s_t/s_{t_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left(\frac{H_t}{c_{t_0} \times s_{t_0}} \right) \times M$$

Caso contrário:

Otherwise:

$$RM_t(.) = \left(F_{SCS}(N; c_t/c_{t_0}; s_t/s_{t_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left(\frac{H_t}{c_{t_0} \times s_{t_0}} \right) \times M \\ - \left(F_{SCS}(N; c_{t-1}/c_{t-1_0}; s_{t-1}/s_{t-1_0}) - F_{SCC}(N; c_{start}) \right) \times \left(\frac{H_{t-1}}{c_{t-1_0} \times s_{t-1_0}} \right) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_{SCS}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de swap de cupom cambial SCS [SCS foreign interest rate future value];

$F_{SCC}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de swap de cupom cambial SCC [SCC foreign interest rate future value];

N : Valor notional de face do contrato futuro [notional];

I_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [spot index];

S_t : Índice do spread entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia t [spread index];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

c_t : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

c_{t_0} : Cupom cambial objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data de início de valorização [underlying foreign interest rate];

s_t : Spread entre o cupom cambial DI com o cupom objeto do contrato no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread];

s_{t_0} : Spread entre o cupom cambial DI com o cupom objeto do contrato no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data de início de valorização do contrato [spread];

c_{start} : Cupom cambial negociado em leilão, ao período e em fator, para o prazo entre a data de início de valorização e o vencimento do contrato ($T - T_0$) [start foreign interest rate];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

T_0 : Prazo para a data de início de valorização, em dias de saque [trading start maturity].

n) Risco de contratos futuros de índice (8)

Index Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_{IX}(S_t; i_t; c_t) - F_{IX}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

 $RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk]; $F_{IX}(.)$: Fórmula para apreamento de contratos futuros de índice [index future value]; S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [underlying]; i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate]; c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate]; M : Multiplicador do contrato [contract multiplier]; N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

o) Risco de contratos futuros de cupom de inflação (9)

Inflation Interest Rate Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \left(F_{CI}(N; I_t; c_t) - \frac{S_t}{S_{t-1}} \times F_{CI}(N; I_{t-1}; c_{t-1}) \right) \times M$$

Onde:

 $RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk]; $F_{CI}(.)$: Fórmula para apreamento de contratos futuros de cupom de inflação [inflation interest rate future value]; N : Valor nominal de face do contrato futuro [notional]; S_t : Índice sobre a taxa de juro interna livre de risco apurado no dia t [spot index]; I_t : Índice de inflação pro rata no dia t [pro rata inflation index]; c_t : Cupom de inflação objeto do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate]; M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].p) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* (10)*Forward Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{FW}(v_t) - F_{FW}(v_{t-1})) \times M$$

Onde:

 $RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk]; $F_{FW}(.)$: Fórmula para apreamento de contratos futuros baseados em *forward* [forward based future value]; v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [forward value]; M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

q) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* com *spread* (12)*Forward-Spread Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = (F_{FS}(v_t; s_t) - F_{FS}(v_{t-1}; s_{t-1})) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{FS}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros baseados em *forward* com *spread* [*forward based future value*];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [*forward value*];

s_t : *Spread* de *forward* do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

r) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* em moeda estrangeira (11)*Forward Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = H_t \times (F_{FW}(v_t) - F_{FW}(v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{FW}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [*forward value*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

N : Unidade de apuração do contrato [*trading reference quantity*].

s) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* em moeda estrangeira (20)*Forward Exchange Rate Based Future Risk Evaluation*

$$RM_t(.) = \frac{H_t^{BRL/USD}}{H_t^{M1/USD}} \times (F_{FW}(v_t) - F_{FW}(v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{FW}(.)$: Fórmula para apuração de contratos futuros baseados em *forward* [*forward based future value*];

$H_t^{BRL/USD}$: Taxa de câmbio de BRL contra USD no dia t [*helper exchange rate (BRL/USD)*];

$H_t^{M1/USD}$: Taxa de câmbio da moeda M1 contra USD no dia t [*helper exchange rate (M1/USD)*];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [*forward value*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

N : Unidade de apuração do contrato [*trading reference quantity*].

t) Risco de contratos futuros com base em curvas *Forward* com *spread* em moeda estrangeira (15)

Forward-Spread Exchange Rate Based Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times (F_{FS}(v_t; s_t) - F_{FS}(v_{t-1}; s_{t-1})) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{FS}(.)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros baseados em *forward* com *spread* [*forward-spread based future value*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [*forward value*];

s_t : *Spread* de *forward* do contrato futuro no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

u) Risco de contratos padronizados a termo de metais (19)

Metal Forward Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_M(N; S_t; S_{start}; i_t) \times M$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$P_M(.)$: Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em metais [*non-deliverable forward MtM*];

N : Unidade de apreçoção do contrato [*trading reference quantity*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia t [*underlying*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

i_t : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*].

v) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação direta) (21)

Forward Composed Exchange Rate Based Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_{TCFD}(S_t; i_t; c_t; v_t) - F_{TCFD}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [*future market risk*];

$F_{TCFD}(.)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação direta) [*composed Exchange rate forward based future value*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [*underlying*];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*domestic interest rate*];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [*forward value*];

M : Multiplicador do contrato [*contract multiplier*];

N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

- w) Risco de contratos futuros de taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação inversa) (22)

Inverse Forward Composed Exchange Rate Based Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = (F_{TCFI}(S_t; i_t; c_t; v_t) - F_{TCFI}(S_{t-1}; i_{t-1}; c_{t-1}; v_{t-1})) \times M \times N$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato futuro no dia t [future market risk];

$F_{TCFI}(.)$: Fórmula para apreamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas Forward (relação inversa) [inverse composed exchange rate forward based future value];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro no dia t [underlying];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo do contrato [forward value];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

2.3. Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options

- a) Risco de contratos de opção precificados pelo modelo Garman (60)

Garman Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(S_t \times N; K; i_t; c_t; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t \times N; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_G(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [Garman option pricing];

$P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier];

N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

b) Risco de contratos de opção com ajuste precificados pelo modelo Garman (67)

Future-Style Garman Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} (P_G(S_t \times N; K; 0; c_t - i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi) - P_G(S_{t-1} \times N; K; 0; c_{t-1} - i_{t-1}; \sigma_{t-1}; ds_{t-1}; \varphi)) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ (P_I(S_t \times N; K; \varphi) - P_G(S_{t-1} \times N; K; 0; c_{t-1} - i_{t-1}; \sigma_{t-1}; ds_{t-1}; \varphi)) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

 $RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk]; $P_G(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [Garman option pricing]; $P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value]; S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying]; K : Preço de exercício [strike]; i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate]; c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t – taxa continuamente composta [cost of carry]; σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility]; φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator]; ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity]; M : Multiplicador do contrato [contract multiplier]; N : Unidade de apregoação do contrato [trading reference quantity].

c) Risco de contratos de opção precificados pelo modelo Black & Scholes (61)

Black & Scholes Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(S_t; K; i_t; 0; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

 $RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk]; $P_G(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [Garman option pricing]; $P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value]; S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying]; K : Preço de exercício [strike]; i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate]; σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility]; φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator]; ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity]; M : Multiplicador do contrato ou Fator de Cotação [contract multiplier/price factor].

d) Risco de contratos de opção precificados pelo modelo Black & Scholes com spread (70)

Black & Scholes Spread Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(S_t \times I_t; K; i_t; 0; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t \times I_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_G(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [Garman option pricing];

$P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

I_t : Índice do spread entre a taxa de juro interna livre de risco com a taxa objeto do contrato apurado no dia t [spread index];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

e) Risco de contratos de opção sobre futuros precificados pelo modelo Black (62)

Black Option on Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_G(F_t; K; i'_t; i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

$$F_t = F(S_t; i_t; c_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_G(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Garman [Garman option pricing];

$P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$F(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [future Value];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i'_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

f) Risco de contratos de opção sobre futuro de DI precificados pelo modelo Black modificado (63)

Black DI Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_{DI}(F_t; K_t; N; i_k/100; \sigma; T_{dc,o}; T_{dc,f}; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_I(X_t; F_t; \varphi), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

$$F_t = F_{DI}(N; i_{f,t})$$

$$K_t = F_{DI}(N; i_{o,t})$$

$$X_t = F_{DI}(N; i_{k'})$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_{DI}(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Black modificado [option value];

$P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$F_{DI}(.)$: Fórmula de apreçamento de contratos futuros de DI1 [DI1 future value];

N : Valor nominal de face do contrato futuro [notional];

i_k : Taxa de juro de exercício da opção, em percentual [strike interest rate];

$i_{k'}$: Taxa de juro de exercício da opção, ao período e em fator, para o prazo do contrato futuro objeto [strike interest rate];

$i_{o,t}$: Taxa de juro interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

$i_{f,t}$: Taxa de juro interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato futuro objeto [underlying interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$dc_{o,t}$: Número de dias corridos para o vencimento da opção [calendar days to maturity];

$dc_{f,t}$: Número de dias corridos para o vencimento do futuro objeto [underlying calendar days to maturity];

$ds_{o,t}$: Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

$ds_{f,t}$: Número de dias de saque para o vencimento do futuro objeto [underlying reserve days to maturity].

g) Risco de contratos de opção americana (64)

American Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_A(S_t; K; i_t; c_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ P_A(K; S_t; c_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_A(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [option value];

$P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

K : Preço de exercício [strike];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];
 M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

- h) Risco de contratos de opção americana sobre futuros baseados em *forward* (65)
American Option on Forward-Based Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_A(S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ P_A(K; S_t; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];
 $P_A(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [option value];
 P_I : Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];
 K : Preço de exercício [strike];
 S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];
 i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];
 σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];
 M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

- i) Risco de contratos de opção americana sobre futuros baseados em *forward* negociados em moeda estrangeira (69)

American Option on Forward Based Future in Foreign Currency Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} H_t \times P_A(S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ H_t \times P_A(K; S_t; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ H_t \times P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];
 $P_A(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [option value];
 $P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];
 K : Preço de exercício [strike];
 H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];
 S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];
 i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];
 σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];
 M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

j) Risco de contratos de opção americana sobre futuros (68)

American Option on Future Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_A(S_t; K; i'_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = 1) \\ P_A(K; S_t; i'_t; i_t; \sigma_t; ds_t) \times M, & \text{se } (ds_t > 0 \text{ e } \varphi = -1) \\ P_I(S_t; K; \varphi) \times M, & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

$$F_t = F(S_t; i_t; c_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_A(.)$: Prêmio da opção calculado pelo modelo Haug para opções americanas [option value];

$P_I(.)$: Prêmio da opção no vencimento [intrinsic option value];

$F(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [future Value];

K : Preço de exercício [strike];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

i'_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [underlying foreign interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

k) Risco de contratos de opção binária (71)

Binary Option Risk Evaluation

O cálculo de Risco de contratos de opção binária é realizado de forma conjunta, com o agrupamento das posições conforme atributos abaixo:

The Risk calculation for binary option contracts is made by grouping positions with same attributes, as follows:

- Segmento [Segment]
- Mercado [Market]
- Mercadoria [Commodity]
- Categoria do Instrumento [Security Category]
- Vencimento [Maturity]
- Lado [Side]

Seja a seguinte representação do conjunto de opções binárias do participante, formado através dos atributos acima mencionados:

The set of binary options positions is represented as:

$$\text{Opções Binárias: } [b_1, b_2, \dots, b_n]$$

Onde:

Where:

b_n : n-ésima posição de opção digital [n^{th} binary option position];

n : Número de posições digitais do mesmo conjunto [Number of binary positions in the same set].

E seja a seguinte representação da Quantidade de contratos de uma determinada posição do conjunto de Opções Binárias:

The binary option position quantity is represented as:

$$\text{Quantidade}_{b_i}$$

Onde:

Where:

b_i : i-ésima posição de opção digital [i^{th} binary option position];

Quantidade_{b_i} : Quantidade de contratos da opção binária b_i [b_i position Quantity].

Procura-se pela posição com o maior potencial de risco (wp), onde a Quantidade é a menor:

Looking for the smaller position quantity as follows:

$$wp = \underset{i}{\operatorname{argmin}} \text{Quantidade}_{b_i}$$

Dado o conjunto de opções binárias, o cálculo de Risco dos contratos de opções digitais é dado por:

With a given set of binary option positions, the Risk Evaluation is made as follows:

$$p = \begin{cases} 1, & \text{se}[if] \text{ } wp = i \\ 0, & \text{caso contrário}[otherwise] \end{cases}$$

$$RM(K; S; M; du; dp; p; \varphi) = \begin{cases} 0, & \text{se}[if] \varphi = 1 \\ 100 \times M, & \text{se}[if] (du \leq dp \text{ e}[and] K = S \text{ e}[and] S \neq 0) \\ 100 \times M, & \text{se}[if] (du > dp \text{ e}[and] p = 1) \\ 100 \times M, & \text{se}[if] (S = 0 \text{ e}[and] p = 1) \\ 0, & \text{caso contrário}[otherwise] \end{cases}$$

Onde:

$RM(\cdot)$: Risco de Mercado do contrato de opção binária [binary option market risk];

K : Preço de exercício [strike];

S : Valor do indicador do ativo-objeto [underlying];

M : Multiplicador do contrato [contract multiplier].

i : i-ésima posição de opção binária [i^{th} binary option position]

wp : wp-ésima posição de opção digital com o maior potencial de risco [wp^{th} worst binary option position];

p : indicador de posição com maior potencial de risco (sim = 1 / não = 0) [worst position indicator];

φ : Indicador do lado da posição comprado/vendido (comprado = 1 / vendido = -1) [long (1) / short (-1) indicator];

du : Número de dias úteis para o vencimento do contrato [business days to maturity];

dp : Parâmetro indicando a quantidade de dias úteis entre a data de vencimento e a data do evento [business days between maturity date and event date];

2.4. Swaps

a) Risco de contratos de swap

Swap Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{A,t} - P_{P,t}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de swap no dia t [*swap market risk*];

$P_{A,t}$: MtM da ponta ativa de um swap no dia t [*swap active leg MtM*]*;

$P_{P,t}$: MtM da ponta passiva de um swap no dia t [*swap passive leg MtM*]*.

**Para os swaps, os FPRs estão definidos nas fórmulas de MtM de cada ponta (ver Fórmulas de Apreçamento)*

**Swaps related Primitive Risk Factors are described on MtM formulas of each side (see Pricing Formulas)*

2.5. Termos / Forwards

a) Risco de contratos a termo em metais (151)

Metal Non-deliverable Forward Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times P_M(N; S_t; S_{start}; i_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato a termo no dia t [*non-deliverable forward market risk*];

$P_M(.)$: Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em metais [*non-deliverable forward MtM*];

N : Valor nocional do título [*notional*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia t [*underlying*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

i_t : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*].

b) Risco de contratos a termo em taxa de câmbio (152)

Exchange Rate Non-deliverable Forward Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{TC}(N; S_t; S_{start}; i_t; c_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato a termo no dia t [*non-deliverable forward market risk*];

$P_{TC}(.)$: Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em taxa de câmbio [*non-deliverable forward MtM*];

N : Valor nocional do título [*notional*];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia t [*underlying*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

i_t : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [interest rate];
 c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry].

c) Risco de contratos a termo em taxa de câmbio composta – relação direta (153)

Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times P_{TCC}(N; S_t; S_{start}; c_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato a termo no dia t [non-deliverable forward market risk];

$P_{TCC}(.)$: Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em taxa de câmbio composta [non-deliverable forward MtM];

N : Valor nominal do título [notional];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia t [underlying];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [start underlying value];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

s_t : Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread].

d) Risco de contratos a termo em taxa de câmbio composta – relação inversa (154)

Inverse Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times P_{TCI}(N; S_t; S_{start}; c_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato a termo no dia t [non-deliverable forward market risk];

$P_{TCI}(.)$: Fórmula de cálculo do MtM do contrato a termo em taxa de câmbio composta inversa [non-deliverable forward MtM];

N : Valor nominal do título [notional];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia t [underlying];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [start underlying value];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

s_t : Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [spread].

e) Risco de contratos a termo de ações (155)

Equity Forward Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \min(S_{start} - S_t \times i_t; 0)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$: Risco de Mercado do contrato a termo no dia t [equity forward market risk];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato a termo no dia t [underlying];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [start underlying value];

i_t : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [interest rate].

f) Risco de contratos de empréstimo de ações (156)

Equity Lending Risk Evaluation

$$R_t(\cdot) = S_{start} \times ((1 + r)^{(H+T)/252} - 1)$$

Onde:

$R_t(\cdot)$: Risco do contrato de empréstimo no dia t [equity forward market risk];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes no contrato de empréstimo [start underlying value];

r : Taxa do contrato de empréstimo [equity lending interest rate];

H : Prazo em dias úteis entre o registro do contrato e a data de referência [elapsed period];

T : Prazo em dias úteis entre a data de referência e a data de carência ou vencimento [maturity];

$$T = \begin{cases} \text{vencimento,} & \text{se não antecipável e tomador descoberto} \\ \min(\max(\text{carencia} + 1; \text{HPMin}) + \text{Desloc}(\text{at. objeto}); \text{venc}) & \text{se antecipável e tomador descoberto} \\ \min(\max(\text{carencia} + 1; \text{HPMin}); \text{venc}), & \text{demais casos} \end{cases}$$

2.6. Opções Flexíveis / Flexible Options

a) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Garman (181)

Garman Flexible Option Risk Evaluation

$$RM_t(\cdot) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; c_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_{Flex}(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(\cdot)$: Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

N : Valor notional do contrato [notional];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

- b) Risco de contratos de opção flexível de taxa de câmbio composta – Garman (relação direta) **(185)**
Garman Composed Exchange Rate Flexible Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t \times H_t; K; i_t; c_t + s_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t \times H_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_{Flex}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(.)$: Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

N : Valor notional do contrato [notional];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto no dia t – taxa continuamente composta [cost of carry];

s_t : Spread entre o custo de carregamento da taxa de câmbio com a taxa auxiliar no dia t – taxa continuamente composta [spread];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

- c) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Black & Scholes **(182)**
Black & Scholes Flexible Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; 0; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_{Flex}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(.)$: Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

N : Valor notional do contrato [notional];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

- d) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Black **(183)**
Black Flexible Option Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_{Flex}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(.)$: Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

N : Valor nocional do contrato [notional];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

e) Risco de contratos de opção flexível precificados pelo modelo Black em moeda estrangeira (184)

Black Flexible Option in Foreign Currency Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} H_t \times P_{Flex}(N; S_t; K; i_t; i_t; \sigma_t; ds_t; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t > 0) \\ H_t \times P_{IFlex}(N; S_t; K; \varphi; \Theta), & \text{se } (ds_t = 0) \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do contrato de opção no dia t [option market risk];

$P_{Flex}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis [flexible option pricing];

$P_{IFlex}(.)$: Prêmio da opção no vencimento [flexible option intrinsic value];

N : Valor nocional do contrato [notional];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

S_t : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção no dia t [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i_t : Taxa de juro interna livre de risco no dia t – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

σ_t : Volatilidade da opção no dia t [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible options parameters];

ds_t : Número de dias de saque para o vencimento do contrato [reserve days to maturity].

2.7. Títulos Públicos e Privados / Corporate and Government Bonds

a) Risco de títulos pré-fixados (30)

Prefixed Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{PR}(N; i_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];
 $P_{PR}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados [bond present value];
 N : Valor nocional do título [notional];
 i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título [interest rate].

b) Risco de títulos pré-fixados com pagamento de cupons (31)

Prefixed Coupon Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{PRC}(N; i_t; r; n; p; n_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];
 $P_{PRC}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados com cupom [bond present value];
 N : Valor nocional do título [notional];
 i_t : Conjunto de taxas de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [interest rate];
 r : Taxa de juro pré-fixada [pre-fixed interest rate];
 n : Número de cupons restantes [coupons quantity];
 n_t : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia t (inclusive). Caso dia t seja o primeiro dia do encerramento, $n_t = 0$ [coupons paid];
 p : Periodicidade de pagamento do cupom [coupon frequency].

c) Risco de títulos pós-fixados (32)

Postfixed Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{PO}(V_0; S; S_0; i_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];
 $P_{PO}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados [bond present value];
 V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [notional reference date value];
 S : Valor do índice de correção do título atual [current index value];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [reference date index value];
 i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título [interest rate].

d) Risco de títulos pós-fixados com pagamento de cupons (33)

Postfixed Coupon Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{POC}(V_0; S; S_0; i_t; r; n; p; n_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];
 $P_{POC}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados com cupom [bond present value];
 V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [notional reference date value];

S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];
 i_t : Conjunto de taxas de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [*interest rate*];
 r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];
 n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];
 n_t : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia t (inclusive). Caso dia t seja o primeiro dia do encerramento, $n_t = 0$ [*coupons paid*];
 p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

e) Risco de títulos pós-fixados com correção e pagamento de cupons (41)

Postfixed Accrual Coupon Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{PACR}(V_0; S; S_0; I; i_t; r; n; p; n_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [*bond market risk*];
 $P_{PACR}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados com correção e pagamento de cupom [*bond present value*];
 V_0 : Valor Nocial Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];
 S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];
 I : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*];
 i_t : Conjunto de taxas de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [*interest rate*];
 r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];
 n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];
 n_t : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia t (inclusive). Caso dia t seja o primeiro dia do encerramento, $n_t = 0$ [*coupons paid*];
 p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

f) Risco de títulos pós-fixados baseados em taxa *Libor* (34)

Libor Based Postfixed Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{LIB}(V_0; S; S_0; i_t; r; t1)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [*bond market risk*];
 $P_{LIB}(.)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pós-fixados baseados em *Libor* [*bond present value*];
 V_0 : Valor Nocial Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];
 S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];
 r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];
 $t1$: Prazo para o próximo cupom [*next coupon maturity*];

i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do próximo cupom [interest rate].

g) Risco de Cédulas de Produtos Rurais pré-fixadas (CPR) (35)

Prefixed Rural Product Note Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{CPRE}(N; i_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado da cédula no dia t [note market risk];

$P_{CPRE}(.)$: Fórmula para apuração de Cédulas de Produtos Rurais pré-fixadas [note present value];

N : Valor notional da cédula [notional];

i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo da cédula [interest rate];

s_t : Spread de crédito no dia t , ao período e em fator, para o prazo da cédula [spread].

h) Risco de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas (CPR) (36)

Postfixed Rural Product Note Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{CPOS}(H_t; Q; v_t; i_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado da cédula no dia t [note market risk];

$P_{CPOS}(.)$: Fórmula para apuração de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas [note present value];

Q : Quantidade ofertada na cédula [offer quantity];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

v_t : Valor obtido de uma curva *forward* de preços no dia t , para o prazo da cédula [forward value];

i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo da cédula [interest rate];

s_t : Spread de crédito no dia t , ao período e em fator, para o prazo da cédula [spread].

i) Risco de Cédulas de Produtos Rurais de liquidação física (CPR) (37)

Physical Settlement Rural Product Note Risk Evaluation

$$RM_t(.) = P_{CPOS}(H_t; Q; K; i_t; s_t)$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado da cédula no dia t [note market risk];

$P_{CPOS}(.)$: Fórmula para apuração de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas [note present value];

Q : Quantidade ofertada na cédula [offer quantity];

K : Valor negociado para liquidação da cédula [forward value];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo da cédula [interest rate];

s_t : Spread de crédito no dia t , ao período e em fator, para o prazo da cédula [spread].

j) Risco de títulos internacionais pré-fixados (38)

International Prefixed Bond Risk Evaluation

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{PR}(N; i_t)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];

$P_{PR}(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos pré-fixados [bond present value];

N : Valor nocional do título [notional];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

i_t : Taxa de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título [interest rate].

k) Risco de títulos internacionais pré-fixados com pagamento de cupons (39)

International Prefixed Coupon Bond Risk Evaluation

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{PRCI}(N; i_t; r/p; n_t; 1)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];

$P_{PRCI}(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos internacionais pré-fixados com cupom [international bond present value];

N : Valor nocional do título [notional];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

i_t : Conjunto de taxas de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [interest rate];

r : Taxa de juro pré-fixada [pre-fixed interest rate];

n_t : Número de cupons restantes [coupons quantity];

p : Periodicidade de pagamento do cupom [coupon frequency].

l) Risco de títulos internacionais pós-fixados com pagamento de cupons (40)

International Postfixed Coupon Bond Risk Evaluation

$$RM_t(\cdot) = H_t \times P_{POCI}(V_0; S; S_0; i_t; r/p; n_t; 1)$$

Onde:

$RM_t(\cdot)$: Risco de Mercado do título no dia t [bond market risk];

$P_{POCI}(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de títulos internacionais pós-fixados com cupom [international bond present value];

V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [notional reference date value];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [helper exchange rate];

S : Valor do índice de correção do título atual [current index value];

S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [reference date index value];

i_t : Conjunto de taxas de juros no dia t , ao período e em fator, para o prazo do título e para os prazos dos cupons restantes [interest rate];

r : Taxa de juros pré-fixada [pre-fixed interest rate];

n_t : Número de cupons restantes [coupons quantity];

p : Periodicidade de pagamento do cupom [coupon frequency].

m) Risco de títulos internacionais precificados utilizando *Duration* (42)

International Duration Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = H_t \times P_D(P_0; D; y_{t,T}; y_{0,T})$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [*bond market risk*];

$P_D(.)$: Fórmula Geral para apuração de títulos utilizando *Duration* [*bond present value*];

P_0 : MtM do título na data de cálculo [*present value*];

H_t : Taxa de câmbio auxiliar no dia t [*helper exchange rate*];

D : Valor da *Duration* do título [*duration*];

$y_{t,T}$: Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [*current date yield*];

$y_{0,T}$: Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date yield*].

n) Risco de títulos de renda fixa privada (43)

Corporate Bond Risk Evaluation

$$RM_t(.) = \begin{cases} P_0 \times \max(1 + \min(-D \times (y_{t,T} - y_{0,T} + s_{t,T} - s_{0,T}); 0); 0) - K, & \text{se } Q > 0 \text{ (compra)} \\ P_0 \times (1 + \max(-D \times (y_{t,T} - y_{0,T} - s_{t,T} + s_{0,T}); 0)) - K, & \text{se } Q < 0 \text{ (venda)} \end{cases}$$

Onde:

$RM_t(.)$: Risco de Mercado do título no dia t [*bond market risk*];

P_0 : MtM do título na data de cálculo [*present value*];

Q : Quantidade da operação [*quantity*];

K : Preço negociado da operação [*price*];

D : Valor da *Duration* do título [*duration*];

$y_{t,T}$: Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [*current date yield*];

$y_{0,T}$: Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date yield*];

$s_{t,T}$: *Spread* de crédito do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [*current date spread*];

$s_{0,T}$: *Spread* de crédito do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date spread*].

3. Fórmulas de Apreçamento / Pricing Formulas

3.1. Futuros / Futures

a) Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros

Future Value

$$F(S; i; c) = S \times \frac{i}{c}$$

Onde:

$F(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*future value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

b) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio

Exchange Rate Future Value

$$F_{TC}(S; i; c) = F(S; i; c)$$

Onde:

$F_{TC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de taxa de câmbio [*exchange rate future value*];

$F(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [*future value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

c) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta (relação direta)

Composed Exchange Rate Future Value

$$F_{TCC}(S; H; i; c; s) = \frac{H \times F_{TC}(S; i; c)}{s}$$

Onde:

$F_{TCC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*composed exchange rate future value*];

$F_{TC}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

H : Taxa de câmbio auxiliar [*helper exchange rate*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

s : *Spread* de cupom cambial [*spread*].

- d) Fórmula para apuração de contratos futuros com taxa de câmbio composta (relação inversa)
Inverse Composed Exchange Rate Future Value

$$F_{TCI}(S; H; i; c; s) = \frac{H \times F_{TC}(1/S; i; c)}{s}$$

Onde:

$F_{TCI}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*inverse composed exchange rate future value*];

$F_{TC}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

H : Taxa de câmbio auxiliar [*helper exchange rate*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

s : *Spread* de cupom cambial [*spread*].

- e) Fórmula para apuração de contratos futuros de ouro
Gold Future Value

$$F_O(S; i) = F(S; i; 1)$$

Onde:

$F_O(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de ouro [*gold future value*];

$F(\cdot)$: Fórmula Geral para apuração de contratos futuros [*future value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco, ao período e em fator [*domestic interest rate*].

- f) Fórmula para apuração de contratos futuros de dívida externa
Foreign Bond Future Value

$$F_{DE}(S; c) = F(S; c; 1)$$

Onde:

$F_{TC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de dívida externa [*foreign bond future value*];

$F(\cdot)$: Fórmula Geral para apuração de contratos futuros [*future value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

- g) Fórmula para apuração de contratos futuros de taxa de juro
Interest Rate Future Value

$$F_I(N; i) = \frac{N}{i}$$

Onde:

$F_I(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro sobre taxa de juro [*interest rate future value*];
 N : Valor notional de face do contrato futuro [*notional*];
 i : Taxa de juro objeto do contrato futuro [*underlying interest rate*].

h) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de juro – DI1

DI1 Interest Rate Future Value

$$F_{DI}(N; i) = F_I(N; i)$$

Onde:

$F_{DI}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de taxa de juro [*DI1 interest rate future value*];
 $F_I(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];
 N : Valor notional de face do contrato futuro [*notional*];
 i : Taxa de juro objeto do contrato futuro [*underlying interest rate*].

i) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de juro – OC1

OC1 Interest Rate Future Value

$$F_{OC}(N; i; s) = \frac{F_I(N; i)}{s}$$

Onde:

$F_{OC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de taxa de juro [*future value*];
 $F_I(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];
 N : Valor notional de face do contrato futuro [*notional*];
 i : Taxa de juro objeto do contrato futuro [*underlying interest rate*];
 s : *Spread* de taxas de juro [*spread*].

j) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial – DDI

Foreign Interest Rate Future Value – DDI

$$F_{CC}(N; c) = F_I(N; c)$$

Onde:

$F_{CC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de cupom cambial [*foreign interest rate future value*];
 $F_I(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];
 N : Valor notional de face do contrato futuro [*notional*];
 c : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*].

k) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCC

Swap Foreign Interest Rate Future Value – SCC

$$F_{SCC}(N; c) = -F_{CC}(N; c)$$

Onde:

$F_{SCC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de swap de cupom cambial [*swap foreign interest rate future value*];

$F_{CC}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial [*foreign interest rate future value*];

N : Valor nominal de face do contrato futuro [*notional*];

c : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*].

l) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial – DCO

Foreign Interest Rate Future Value – DCO

$$F_{DC}(N; c; s) = \frac{F_I(N; c)}{s}$$

Onde:

$F_{DC}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de cupom cambial [*foreign interest rate future value – DCO*];

$F_I(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];

N : Valor nominal de face do contrato futuro [*notional*];

c : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*];

s : *Spread* de taxa de juros [*spread*].

m) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de swap de cupom cambial – SCS

Swap Foreign Interest Rate Future Value – SCS

$$F_{SCS}(N; c; s) = -F_{DC}(N; c; s)$$

Onde:

$F_{SCS}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de swap de cupom cambial [*swap foreign interest rate future value – SCS*];

$F_{DC}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom cambial [*foreign interest rate future value – DCO*];

N : Valor nominal de face do contrato futuro [*notional*];

c : Cupom cambial objeto do contrato futuro [*underlying foreign interest rate*];

s : *Spread* de taxa de juros [*spread*].

n) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de índice

Index Future Value

$$F_{IX}(S; i; c) = F(S; i; c)$$

Onde:

$F_{IX}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de índice [*index future value*];

$F(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros [*future value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];
 c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*].

- o) Fórmula para apreçamento de contratos futuros de cupom de inflação
Inflation Interest Rate Future Value

$$F_{CI}(N; I; c) = I \times F_I(N; c)$$

Onde:

$F_{CI}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro de cupom de inflação [*inflation interest rate future value*];
 $F_I(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros de taxas de juro [*interest rate future value*];
 N : Valor notional de face do contrato futuro [*notional*];
 I : Índice de inflação pro rata [*pro rata inflation index*];
 c : Cupom de inflação objeto do contrato futuro [*underlying inflation interest rate*].

- p) Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros com base em curvas *forward*
Forward Based Future Value

$$F_{FW}(v) = v$$

Onde:

$F_{FW}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*forward future value*];
 v : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*].

- q) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas
 Forward (relação direta)
Composed Exchange Rate Forward Based Future Value

$$F_{TCFD}(S; i; c; v) = F_{FW}(v) \times F_{TC}(S; i; c)$$

Onde:

$F_{TCFD}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*composed exchange rate forward based future value*];
 $F_{FW}(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros com base em curvas *forward* [*forward based future value*];
 $F_{TC}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];
 S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];
 i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];
 c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];
 v : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*].

- r) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com taxa de câmbio composta com base em curvas
 Forward (relação inversa)
Inverse Composed Exchange Rate Forward Based Future Value

$$F_{TCFI}(S; i; c; v) = \frac{F_{TC}(S; i; c)}{F_{FW}(v)}$$

Onde:

$F_{TCFI}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*inverse composed exchange rate forward based future value*];

$F_{FW}(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos futuros com base em curvas forward [*forward based future value*];

$F_{TC}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos futuros de taxa de câmbio [*future value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato futuro [*underlying*];

i : Taxa de juro interna livre de risco [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto [*cost of carry*];

v : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*].

- s) Fórmula para apreçamento de contratos futuros com base em curvas *forward* com *spread*
Forward-Spread Based Future Value

$$F_{FS}(v; s) = v \times s$$

Onde:

$F_{FS}(\cdot)$: Preço de Ajuste do contrato futuro [*future value*];

v : Valor obtido de uma curva *forward* de preços para o prazo do contrato [*forward value*];

s : *Spread* de *forward* do contrato futuro [*spread*].

3.2. Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options

- a) Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções (Garman)
Garman Option Pricing

$$P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times (S \times e^{-c.T} \times N(d_1) - K \times e^{-i.T} \times N(d_2))$$

$$d_1(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times \frac{\ln(S/K) + \left(i - c + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$d_2(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times \frac{\ln(S/K) + \left(i - c - \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

Onde:

$P_G(\cdot)$: Prêmio da opção [*option value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];
 c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];
 σ : Volatilidade da opção [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 $N(\cdot)$: Função de probabilidade Normal Padrão acumulada [standard normal cdf];
 T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].
 $T = ds/252$

b) Fórmula para apreçamento de contratos de opções sobre futuro de DI (Black Modificado)
Black Option on DI Future Pricing

$$P_{DI}(F; K; i_k; \sigma; T_{dc,o}; T_{dc,f}; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi) = \delta \times P_G(S; K'; \mathbf{0}; \mathbf{0}; \sigma; T_{dc,o}; \varphi)$$

$$\delta = \frac{F \times (T_{dc,f} - T_{dc,o})}{1 + K' \times (T_{dc,f} - T_{dc,o})}$$

$$S = \frac{K/F - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

$$K' = \frac{(1 + i_k)^{(T_{ds,f} - T_{ds,o})} - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

Onde:

$P_{DI}(\cdot)$: Prêmio da opção [option value];

$P_G(\cdot)$: Fórmula geral para apreçamento da opção (Garman) [Garman Option Pricing];

F : Valor do futuro ativo-objeto da opção [long future value];

K : Valor do futuro cujo vencimento coincide com o vencimento da opção [short future value];

i_k : Taxa de juro de exercício da opção, ao ano, para o prazo do contrato [strike interest rate];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$T_{dc,o}$: Prazo para vencimento da opção, em dias corridos, em anos [calendar days maturity];

$$T_{dc,o} = dc/360$$

$T_{dc,f}$: Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias corridos, em anos [underlying calendar days maturity];

$$T_{dc,f} = dc/360$$

$T_{ds,o}$: Prazo para vencimento da opção, em dias de saque, em anos [reserve days maturity];

$$T_{ds,o} = ds/252$$

$T_{ds,f}$: Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias de saque, em anos [underlying reserve days maturity];

$$T_{ds,f} = ds/252$$

c) Fórmula geral para apreçamento de contratos de opções americanas (Haug)
American Option Pricing

$$P_A(S; K; i; c; \sigma; T) = \begin{cases} P_G(S; K; i; c; \sigma; T; 1), & \text{se } (c \leq 0) \\ \text{Haug}(S; K; i; c; \sigma; T), & \text{se } (c > 0) \end{cases}$$

Se $S \geq I_2$:

If $S \geq I_2$:

$$\text{Haug}(S, K, i, c, \sigma, T) = S - K$$

Senão:

Else:

$$\text{Haug}(S, K, i, c, \sigma, T)$$

$$\begin{aligned} &= \alpha_2 \times S^{\beta_{lim}} - \alpha_2 \times \varphi(S, t_1, \beta, I_2, I_2) + \varphi(S, t_1, 1, I_2, I_2) - \varphi(S, t_1, 1, I_1, I_2) \\ &- K \times \varphi(S, t_1, 0, I_2, I_2) + K \times \varphi(S, t_1, 0, I_1, I_2) + \alpha_1 \times \varphi(S, t_1, \beta, I_1, I_2) \\ &- \alpha_1 \times \psi(S, T, \beta, I_1, I_2, I_1, t_1) + \psi(S, T, 1, I_1, I_2, I_1, t_1) - \psi(S, T, 1, K, I_2, I_1, t_1) \\ &- K \times \psi(S, T, 0, I_1, I_2, I_1, t_1) + K \times \psi(S, T, 0, K, I_2, I_1, t_1) \end{aligned}$$

Onde:

Where:

$$\alpha_1 = (I_1 - K) \times I_1^{-\beta}$$

$$\alpha_2 = (I_2 - K) \times I_2^{-\beta}$$

$$\beta = \left(0,5 - \frac{i - c}{\sigma^2}\right) + \sqrt{\left(0,5 - \frac{i - c}{\sigma^2}\right)^2 + 2 \times i / \sigma^2}$$

$$\beta_{lim} = \min\left[\beta; \frac{300}{\log(S)}\right]$$

A Fórmula $\varphi(S, T, \gamma, H, I)$ é dada por:

Define $\varphi(S, T, \gamma, H, I)$ as follows:

$$\varphi(S, T, \gamma, H, I) = e^{\lambda \times T} \times S^{\gamma_{lim}} \times \left[N(-d_1) - (I/S)^{k_{lim}} \times N(-d_2) \right]$$

$$d_1(S, H, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln(S/H) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$d_2(S, H, I, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{I^2}{S \times H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$\lambda = -i + \gamma \times (i - c) + 0,5 \times \gamma \times (\gamma - 1) \times \sigma^2$$

$$\gamma_{lim} = \min\left[\gamma; \frac{300}{\log(S)}\right]$$

$$k = \frac{2 \times (i - c)}{\sigma^2} + (2 \times \gamma - 1)$$

$$k_{lim} = \begin{cases} k & , \frac{I}{S} \leq 1 \\ \min \left[k; \frac{300}{\log\left(\frac{I}{S}\right)} \right] & , \frac{I}{S} > 1 \end{cases}$$

$$I_1 = B_0 + (B_\infty - B_0) \times (1 - e^{h_1})$$

$$I_2 = B_0 + (B_\infty - B_0) \times (1 - e^{h_2})$$

$$h_1 = - \left((i - c) \times t_1 + 2 \times \sigma \times \sqrt{t_1} \right) \times \frac{K^2}{(B_\infty - B_0) \times B_0}$$

$$h_2 = - \left((i - c) \times T + 2 \times \sigma \times \sqrt{T} \right) \times \frac{K^2}{(B_\infty - B_0) \times B_0}$$

$$t_1 = 0,5 \times (\sqrt{5} - 1) \times T$$

$$B_\infty = \frac{\beta}{\beta - 1} \times K$$

$$B_0 = \begin{cases} \text{se [if] } c = 0; K \times i \\ \text{senão [else], } \max[K; (K \times i/c)] \end{cases}$$

A Fórmula $\psi(S, T, i, c, \sigma, \gamma, H, I_1, I_2, t_1)$ é dada por:

Define $\psi(S, T, i, c, \sigma, \gamma, H, I_1, I_2, t_1)$ as follows:

$$\begin{aligned} \psi(S, T, i, c, \sigma, \gamma, H, I_1, I_2, t_1) &= e^{\lambda \times T} \times S^{\gamma_{lim}} \\ &\times \left[M(-e_1, -f_1, \rho) - \left(\frac{I_2}{S} \right)^{k_{lim_1}} \times M(-e_2, -f_2, \rho) - \left(\frac{I_1}{S} \right)^{k_{lim_2}} \times M(-e_3, -f_3, -\rho) \right. \\ &\left. + \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^{k_{lim_3}} \times M(-e_4, -f_4, -\rho) \right] \end{aligned}$$

$$\rho = \sqrt{t_1/T}$$

$$k_{\text{lim}_1} = \begin{cases} k & , \frac{I_2}{S} \leq 1 \\ \min \left[k; \frac{300}{\log\left(\frac{I_2}{S}\right)} \right] & , \frac{I_2}{S} > 1 \end{cases}$$

$$k_{\text{lim}_2} = \begin{cases} k & , \frac{I_1}{S} \leq 1 \\ \min \left[k; \frac{300}{\log\left(\frac{I_1}{S}\right)} \right] & , \frac{I_1}{S} > 1 \end{cases}$$

$$k_{\text{lim}_3} = \begin{cases} k & , \frac{I_1}{I_2} \leq 1 \\ \min \left[k; \frac{300}{\log\left(\frac{I_1}{I_2}\right)} \right] & , \frac{I_1}{I_2} > 1 \end{cases}$$

$$e_1(S, I_1, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln\left(\frac{S}{I_1}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$e_2(S, I_1, I_2, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln\left(\frac{I_2^2}{S \times I_1}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$e_3(S, I_1, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln\left(\frac{S}{I_1}\right) - [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$e_4(S, I_1, I_2, i, c, \gamma, \sigma, t_1) = \frac{\ln\left(\frac{I_2^2}{S \times I_1}\right) - [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times t_1}{\sigma \times \sqrt{t_1}}$$

$$f_1(S, H, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{S}{H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$f_2(S, H, I_2, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{I_2^2}{S \times H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$f_3(S, H, I_1, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{I_1^2}{S \times H}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

$$f_4(S, H, I_1, I_2, i, c, \gamma, \sigma, T) = \frac{\ln\left(\frac{S \times I_1^2}{H \times I_2^2}\right) + [i - c + (\gamma - 0,5) \times \sigma^2] \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

Onde:

$P_A(\cdot)$: Prêmio da opção [american option value];

$P_G(\cdot)$: Fórmula geral para apreçamento da opção (Garman) [Garman Option Pricing];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity];

$T = ds/252$

$N(\cdot)$: Distribuição normal padrão acumulada univariada [standard normal cdf];

$M(\cdot)$: Distribuição normal padrão acumulada bivariada [bivariate standard normal cdf].

d) Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções no vencimento (Valor Intrínseco)

Option Intrinsic Value Pricing

$$P_I(S; K; \varphi) = \max(\varphi \times (S - K); 0)$$

Onde:

$P_I(\cdot)$: Prêmio da opção [option value];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

3.3. Swaps

a) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em taxa de juro

Interest Rate Swap Current Value

$$VBA_{TJ}(V_0; S; S_0; r; p; H) = V_0 \times \left[1 + \left(\left(\frac{S}{S_0} \right)^{1/H} - 1 \right) \times p \right]^H \times (1 + r)^{H/252}$$

Onde:

$VBA_{TJ}(\cdot)$: Valor Base Atualizado da ponta do swap [swap current value];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

S : Índice da taxa de juro atual [current interest rate index];

S_0 : Índice da taxa de juro da data de referência [reference date interest rate index];

H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saque [holding period];

p : Percentual de valorização negociado em contrato [*valuation percentage*];

r : Taxa de juro negociada em contrato, ao ano [*prefixed interest rate*].

b) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em índice

Index Swap Current Value

$$VBA_{IN}(V_0; S; S_0) = V_0 \times \frac{S}{S_0}$$

Onde:

$VBA_{IN}(\cdot)$: Valor Base Atualizado da ponta do swap [*swap current value*];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

S : Valor do índice atual [*current index*];

S_0 : Valor do índice da data de referência [*reference date index*].

c) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em índice com correção

Index Accrual Swap Current Value

$$VBA_{ACR}(V_0; S; S_0; I) = V_0 \times I \times \frac{S}{S_0}$$

Onde:

$VBA_{ACR}(\cdot)$: Valor Base Atualizado da ponta do swap [*swap current value*];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

S : Valor do índice atual [*current inflation index*];

S_0 : Valor do índice na data de referência [*reference date inflation index*];

I : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*].

d) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em taxa de câmbio composta – relação direta

Composed Exchange Rate Swap Current Value

$$VBA_{TCC}(V_0; S; S_0; M; M_0) = V_0 \times \frac{S \times M}{S_0 \times M_0}$$

Onde:

$VBA_{TCC}(\cdot)$: Valor Base Atualizado da ponta do swap [*swap current value*];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

S : Taxa de câmbio atual [*current exchange rate*];

S_0 : Taxa de câmbio da data de referência [*reference date exchange rate*];

M : Taxa de câmbio auxiliar atual [*current helper exchange rate*];

M_0 : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [*reference date helper exchange rate*].

- e) Fórmula para atualização do Valor Base de um swap em taxa de câmbio composta – relação inversa
Inverse Composed Exchange Rate Swap Current Value

$$VBA_{TCI}(V_0; S; S_0; M; M_0) = V_0 \times \frac{M/S}{M_0/S_0}$$

Onde:

$VBA_{TCI}(\cdot)$: Valor Base Atualizado da ponta do swap [*swap current value*];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

S : Taxa de câmbio atual [*current exchange rate*];

S_0 : Taxa de câmbio da data de referência [*reference date exchange rate*];

M : Taxa de câmbio auxiliar atual [*current helper exchange rate*];

M_0 : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [*reference date helper exchange rate*].

- f) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de juro prefixada (121)
Prefixed Interest Rate Swap MtM

$$P_{PRE}(V_0; r; H; i_t) = \frac{V_0 \times (1 + r)^{\frac{(T-T_0+H)}{252}}}{i_t}$$

Se Data-Base \leq Data-Atual ($T_0 \leq 0$): $T_0 = 0$

If Base-Date \leq Current Date ($T_0 \leq 0$): $T_0 = 0$

Se Data-Base $>$ Data-Atual ($T_0 > 0$): $H = 0$

If Base-Date $>$ Current Date ($T_0 > 0$): $H = 0$

Onde:

$P_{PRE}(\cdot)$: MtM da ponta do swap [*swap MtM*];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [*swap reference date value*];

i_t : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saque [*holding period*];

T : Prazo para vencimento do swap, em dias de saque [*maturity*];

T_0 : Prazo para a data-base do swap, em dias de saque [*number of reserve days to base-date*];

r : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*].

- g) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de juro (122)
Interest Rate Swap MtM

Se Data-Base \leq Data-Atual ($T_0 \leq 0$):

If Base-Date \leq Current Date ($T_0 \leq 0$):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{TJ}(V_0; S; S_0; r; p; H)$$

Se Data-Base > Data-Atual ($T_0 > 0$):

If Base-Date > Current Date ($T_0 > 0$):

$$VBA = V_0$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{TJ}(V_0; S; S_0; r; p; i_t; i_{t_0}; H; T; T_0) = \frac{VBA \times \left(1 + \left(\left(\frac{i_t}{i_{t_0}} \right)^{\frac{1}{T-T_0}} - 1 \right) \times p \right)^{T-T_0} \times (1+r)^{\frac{T-T_0}{252}}}{i_t}$$

Onde:

$P_{TJ}(\cdot)$: MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{TJ}(\cdot)$: Fórmula para atualização do valor base do swap em taxa de juros [current value];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

S : Índice da taxa de juro atual [current interest rate index];

S_0 : Índice da taxa de juro da data de referência [reference date interest rate index];

i_t : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity interest rate];

i_{t_0} : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date interest rate];

H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias de saque [holding period];

T : Prazo para vencimento do swap, em dias de saque [maturity];

T_0 : Prazo para a data-base do swap, em dias de saque [number of reserve days to base-date];

r : Taxa de juro negociada em contrato [prefixed interest rate];

p : Percentual de valorização negociado em contrato [valuation percentage].

h) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em índice (123)

Index Swap MtM

Se Data-Base \leq Data-Atual ($T_0 \leq 0$):

If Base-Date \leq Current Date ($T_0 \leq 0$):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{IN}(V_0; S; S_0)$$

Se Data-Base > Data-Atual ($T_0 > 0$):

If Base-Date > Current Date ($T_0 > 0$):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{IN}(V_0; S; S_{start}), & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

$$H = 0$$

Se Data-Base < Data-Referência:

If Base-Date < Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = \begin{cases} i_s \left(\frac{r}{\left(1 + \frac{T_1 \times r}{Base}\right)}; T + H - T_0; Base \right), & \text{se Crit. de Capit. for linear [linear Cap. Criteria]} \\ i_c(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capit. for exponencial [exponential Cap. Criteria]} \end{cases}$$

Se Data-Base \geq Data-Referência:

If Base-Date \geq Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = \begin{cases} i_s(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capitalização for linear [linear Cap. Criteria]} \\ i_c(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capitalização for exponencial [exponential Cap. Criteria]} \end{cases}$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{IN}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA \times r_{T+H-T_0}}{c_t}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0}}{c_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{IN}(\cdot)$: MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{IN}(\cdot)$: Fórmula para atualização do valor base do swap em índice [current value];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

S : Índice atual [current index];

S_0 : Índice da data de referência [reference date index];

S_{start} : Valor do índice inicial negociado entre as partes [start index];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity cost of carry];

c_{t_0} : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date cost of carry];

i_{t_0} : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date domestic interest rate];

H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual [holding period];

Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;

Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;

Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;

Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;

T : Prazo para vencimento do swap [maturity];

Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;

Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;

Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;

Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;

T_0 : Prazo para a data-base do swap [number of days to base-date];

Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;

Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;

Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;

Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;

T_1 : Prazo decorrido, em dias corridos, entre a data-base do swap e a data de referência [number of days to reference date];

r : Taxa de juro negociada em contrato [prefixed interest rate];

r_{T+H-T_0} : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo $T+H-T_0$, calculada de acordo com a Base e o Critério de Capitalização do FPR custo de carregamento** [prefixed interest rate]

$i_s(\cdot)$: Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples [Simple Capitalization Interest Rate].

$i_c(\cdot)$: Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização composta [Composed Capitalization Interest Rate].

i) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em índice com correção (124)

Index Accrual Swap MtM

Se Data-Base \leq Data-Atual ($T_0 \leq 0$):

If Base-Date \leq Current Date ($T_0 \leq 0$):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{ACR}(V_0; S; S_0; I)$$

Se Data-Base $>$ Data-Atual ($T_0 > 0$):

If Base-Date $>$ Current Date ($T_0 > 0$):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{ACR}(V_0; S; S_{start}; I), & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0, & \text{se } (S_{start} = 0) \\ H = 0 \end{cases}$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$r_{T+H-T_0} = \begin{cases} i_s(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capitalização for linear [linear Cap. Criteria]} \\ i_c(r; T + H - T_0; Base), & \text{se Crit. de Capitalização for exponencial [exponential Cap. Criteria]} \end{cases}$$

$$P_{ACR}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA \times r_{T+H-T_0}}{c_t}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0}}{c_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{ACR}(\cdot)$: MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{ACR}(\cdot)$: Fórmula para atualização do valor base do swap em índice com correção [current value];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

S : Índice atual [current index];

S_0 : Índice da data de referência [reference date index];

I : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [pro-rata accrual index];

S_{start} : Valor do índice inicial negociado entre as partes [start index];

- c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [*maturity cost of carry*];
- c_{t_0} : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date cost of carry*];
- i_{t_0} : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date domestic interest rate*];
- H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual [*holding period*];
Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;
Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;
Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;
Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;
- T : Prazo para vencimento do swap, em dias corridos [*maturity*];
Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;
Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;
Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;
Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;
- T_0 : Prazo para a data-base do swap, em dias corridos [*number of days to base-date*];
Especificado em dias corridos, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 360;
Defined as calendar days, if the cost of carry PRF base is 360;
Especificado em dias de saque, se a Base do FPR custo de carregamento for igual a 252;
Defined as reserve days, if the cost of carry PRF base is 252;
- r : Taxa de juro negociada em contrato [*prefixed interest rate*];
- r_{T+H-T_0} : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo $T+H-T_0$, calculada de acordo com a Base e o Critério de Capitalização do FPR custo de carregamento** [*prefixed interest rate*]

j) Fórmula Geral para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de câmbio – relação direta (125)

Composed Exchange Rate Swap MtM

Se Data-Base \leq Data-Atual ($T_0 \leq 0$):

If Base-Date \leq Current Date ($T_0 \leq 0$):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{TCC}(V_0; S; S_0; M; M_0)$$

Se Data-Base $>$ Data-Atual ($T_0 > 0$):

If Base-Date $>$ Current Date ($T_0 > 0$):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{TCC}(V_0; S; S_{start}; M; 1), & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0, & \text{se } (S_{start} = 0) \\ H = 0 \end{cases}$$

Se Data-Base $<$ Data-Referência:

If Base-Date $<$ Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = i_s \left(\frac{r}{\left(1 + \frac{T_1 \times r}{360}\right)}; T + H - T_0; 360 \right)$$

Se Data-Base \geq Data-Referência:

If Base-Date \geq Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = i_s(r; T + H - T_0; 360)$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{TCC}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; s_t; s_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA}{c_t \times s_t} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0} \times s_{t_0}}{c_t \times s_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{TCC}(\cdot)$: MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{TCC}(\cdot)$: Fórmula para atualização do valor base de um swap em taxa de câmbio composta [swap current value];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

S : Taxa de câmbio atual [current exchange rate];

S_0 : Taxa de câmbio da data de referência [reference date exchange rate];

S_{start} : Valor da taxa de câmbio inicial negociada entre as partes. [start exchange rate];

M : Taxa de câmbio auxiliar atual [current helper exchange rate];

M_0 : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [reference date helper exchange rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [cost of carry];

c_{t_0} : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [cost of carry];

s_t : Spread de cupom cambial no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity spread];

s_{t_0} : Spread de cupom cambial no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date spread];

i_{t_0} : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date domestic interest rate];

H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias corridos [holding period];

T : Prazo para vencimento do swap, em dias corridos [maturity];

T_0 : Prazo para a data-base do swap, em dias corridos [number of days to base-date];

T_1 : Prazo decorrido, em dias corridos, entre a data-base do swap e a data de referência [number of days to reference date];

r : Taxa de juro negociada em contrato, expressa em percentual (e.g. 6,38%) [prefixed interest rate];

r_{T+H-T_0} : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo $T+H-T_0$, calculada com a Base 360 e Capitalização Simples** [prefixed interest rate];

$i_s(\cdot)$: Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples [Simple Capitalization Interest Rate].

- k) Fórmula para cálculo do MtM de uma ponta de um swap em taxa de câmbio – relação inversa (126)
Inverse Composed Exchange Rate Swap MtM

Se Data-Base \leq Data-Atual ($T_0 \leq 0$):

If Base-Date \leq Current Date ($T_0 \leq 0$):

$$T_0 = 0$$

$$VBA = VBA_{TCI}(V_0; S; S_0; M; M_0)$$

Se Data-Base $>$ Data-Atual ($T_0 > 0$):

If Base-Date $>$ Current Date ($T_0 > 0$):

$$VBA = \begin{cases} VBA_{TCI}(V_0; S; 1/S_{start}; M; 1); & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ V_0; & \text{se } (S_{start} = 0) \\ H = 0 \end{cases}$$

Se Data-Base $<$ Data-Referência:

If Base-Date $<$ Reference Date:

$$r_{T+H-T_0} = i_s \left(\frac{r}{\left(1 + \frac{T_1 \times r}{360}\right)}; T + H - T_0; 360 \right)$$

Se Data-Base \geq Data-Referência:

If Base-Date \geq Reference Date ($T_0 > 0$):

$$r_{T+H-T_0} = i_s(r; T + H - T_0; 360)$$

Cálculo do MtM:

MtM is given by:

$$P_{TCI}(VBA; r; c_t; c_{t_0}; s_t; s_{t_0}; i_{t_0}; T; T_0; H) = \begin{cases} \frac{VBA}{c_t \times s_t} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} \neq 0) \\ VBA \times \frac{c_{t_0} \times s_{t_0}}{c_t \times s_t \times i_{t_0}} \times r_{T+H-T_0}, & \text{se } (S_{start} = 0) \end{cases}$$

Onde:

$P_{TCI}(\cdot)$: MtM da ponta do swap [swap MtM];

$VBA_{TCI}(\cdot)$: Fórmula para atualização do valor base de um swap de taxa de câmbio – relação inversa [swap current value];

V_0 : Valor Base Atualizado da ponta do swap na data de referência [swap reference date value];

S : Taxa de câmbio atual [current exchange rate];

S_0 : Taxa de câmbio da data de referência [reference date exchange rate];

S_{start} : Valor da taxa de câmbio inicial negociada entre as partes. [start exchange rate];

M : Taxa de câmbio auxiliar atual [current helper exchange rate];

M_0 : Taxa de câmbio auxiliar da data de referência [reference date helper exchange rate];

c_t : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity cost of carry];

c_{t_0} : Custo de carregamento do ativo-objeto da ponta do swap no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date cost of carry];

s_t : Spread de cupom cambial no dia t , ao período e em fator, para o prazo do contrato [maturity spread];

s_{t_0} : Spread de cupom cambial no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [base-date spread];

i_{t_0} : Taxa de juros interna livre de risco no dia t , ao período e em fator, para o prazo da data base do swap [*base-date domestic interest rate*];

H : Prazo decorrido entre a data de referência e a data atual, em dias corridos [*holding period*];

T : Prazo para vencimento do swap, em dias corridos [*maturity*];

T_0 : Prazo para a data-base do swap, em dias corridos [*number of days to base-date*];

T_1 : Prazo decorrido, em dias corridos, entre a data-base do swap e a data de referência [*number of days to reference date*];

r : Taxa de juro negociada em contrato, expressa em percentual (e.g. 6,38%) [*prefixed interest rate*];

r_{T+H-T_0} : Taxa de juro negociada em contrato, **ao período e em fator, para o prazo $T+H-T_0$, calculada com a Base 360 e Capitalização Simples** [*prefixed interest rate*];

$i_s(\cdot)$: Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples [*Simple Capitalization Interest Rate*].

3.4. Termos / Forwards

- a) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em metais

Metal Non-deliverable Forward MtM

$$P_M(N; S; S_{start}; i) = N \times \left(S - \frac{S_{start}}{i} \right)$$

Onde:

$P_M(\cdot)$: MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

N : Valor nocional do contrato [*notional*];

S : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

i : Taxa de juros interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*].

- b) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em taxa de câmbio

Exchange Rate Non-deliverable Forward MtM

$$P_{TC}(N; S; S_{start}; i; c) = N \times \left(\frac{S}{c} - \frac{S_{start}}{i} \right)$$

Onde:

$P_{TC}(\cdot)$: MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

N : Valor nocional do contrato [*notional*];

S : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

i : Taxa de juros interna livre de risco, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*cost of carry*].

- c) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em taxa de câmbio composta – relação direta

Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward MtM

$$P_{TCC}(N; S; S_{start}; c; s) = N \times \left(\frac{1}{c} - \frac{S}{S_{start} \times c \times s} \right)$$

Onde:

$P_{TCC}(\cdot)$: MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

N : Valor nocional do contrato [*notional*];

S : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

s : *Spread* de cupom cambial, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*].

- d) Fórmula para cálculo do MtM de um contrato a termo em taxa de câmbio composta – relação inversa

Inverse Composed Exchange Rate Non-deliverable Forward MtM

$$P_{TCI}(N; S; S_{start}; c; s) = N \times \left(\frac{1}{c} - \frac{S_{start}}{S \times c \times s} \right)$$

Onde:

$P_{TCI}(\cdot)$: MtM do contrato a termo [*non-deliverable forward MtM*];

N : Valor nocional do contrato [*notional*];

S : Preço atual do ativo-objeto [*current underlying value*];

S_{start} : Preço do ativo-objeto negociado entre as partes [*start underlying value*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*interest rate*];

s : *Spread* de cupom cambial, ao período e em fator, para o prazo do contrato [*spread*].

3.5. Opções Flexíveis / Flexible Options

- a) Fórmula Geral para apreçamento de opções flexíveis

Flexible Option Pricing

$$P_{Flex}(N; S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; \Theta) = N \times \left\{ \begin{array}{l} P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) \\ P_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) \\ P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \end{array} \right.$$

Onde:

$P_{Flex}(\cdot)$: Prêmio da opção [*option value*];

$P_G(\cdot)$: Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções (Garman) [*Garman option pricing*];

$P_S(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira simples [*limit barrier option pricing*];

$P_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreira Knock-in [*knock-in barrier option pricing*];

$P_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out barrier option pricing*];

$P_{S,Kin}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreiras simples e Knock-in [*limit and knock-in barrier option pricing*];

$P_{S,Kout}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreiras simples e Knock-out [*limit and knock-out barrier option pricing*];

$P_{Kin,Kout}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreiras Knock-in e Knock-out [*knock-in and knock-out barrier option pricing*];

$P_{S,Kin,Kout}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreiras simples, Knock-in e Knock-out [*limit, knock-in and knock-out barrier option pricing*];

N : Valor notional do contrato [*notional*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [*flexible option parameters*];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$T = ds/252$

Θ é composto por:

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

H : Valor da barreira *knock-in* ou *knock-out* [*knock-in/out barrier value*];

H_{in} : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

H_{out} : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

η_{in} : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];

η_{out} : Indicador de barreira *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].

b) Fórmula para apuração de opções flexíveis com barreira simples

Limit Barrier Flexible Option Pricing

$$P_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) = P_G(S; \mathbf{K}; i; c; \sigma; T; \varphi) - P_G(S; \mathbf{B}; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

Onde:

$P_S(\cdot)$: Prêmio da opção [*limit option value*];

$P_G(\cdot)$: Fórmula Geral para apuração de contratos de opções (Garman) [*Garman option pricing*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];
 σ : Volatilidade da opção [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].
 $T = ds/252$

c) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com barreira Knock-in ou Knock-out
Knock-in/ Knock-out Barrier Flexible Option Pricing

Se a barreira foi atingida previamente:

If the barrier has been previously breached:

$$P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = P_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

$$P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = R$$

Durante o *holding period*, a barreira foi atingida no dia t se:

During the holding period, barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H; \text{ se } \eta = 1 \\ S_t \geq H; \text{ se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Abaixo, considerar ajuste de barreiras por: $H = H'(H; S; \sigma)$

Consider bellow adjusted barriers as: $H = H'(H; S; \sigma)$

$$P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \begin{cases} C + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ A - B + D + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ B - C + D + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ A + E, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

$$P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \begin{cases} A - C + F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ B - D + F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ A - B + C - D + F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ F, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

Variáveis auxiliares:

Auxiliary variables:

$$A = \varphi S e^{(-c)T} \times N(\varphi x_1) - \varphi K e^{-iT} \times N(\varphi x_1 - \varphi \sigma \sqrt{T})$$

$$B = \varphi S e^{(-c)T} \times N(\varphi x_2) - \varphi K e^{-iT} \times N(\varphi x_2 - \varphi \sigma \sqrt{T})$$

$$C = \varphi S e^{(-c)T} \times (H/S)^{2 \cdot (\mu_{lim} + 1)} \times N(\eta y_1) - \varphi K e^{-iT} \times (H/S)^{2 \mu_{lim}} \times N(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T})$$

$$D = \varphi S e^{(-c) \cdot T} \times (H/S)^{2 \cdot (\mu_{lim} + 1)} \times N(\eta y_2) - \varphi K e^{-iT} \times (H/S)^{2 \mu_{lim}} \times N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T})$$

$$E = R e^{-iT} \times [N(\eta x_2 - \eta \sigma \sqrt{T}) - (H/S)^{2 \mu_{lim}} \times N(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T})]$$

$$F = R \times [(H/S)^{\mu_{lim} + \lambda_{lim}} \times N(\eta z) + (H/S)^{\mu_{lim} - \lambda_{lim}} \times N(\eta z - 2 \eta \lambda \sigma \sqrt{T})]$$

$$x_1 = \frac{\ln(S/K)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T} \quad x_2 = \frac{\ln(S/H)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H^2/SK)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T} \quad y_2 = \frac{\ln(H/S)}{\sigma \sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma \sqrt{T}$$

$$z = \frac{\ln(H/S)}{\sigma \sqrt{T}} + \lambda \sigma \sqrt{T} \quad \mu = \frac{i - c - \sigma^2 / 2}{\sigma^2} \quad \lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2i}{\sigma^2}}$$

$$\mu_{lim} = \begin{cases} \min \left\{ \mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2} \right\}, & \text{se } H > S \text{ e } \mu > 0 \\ \max \left\{ \mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2} \right\}, & \text{se } H < S \text{ e } \mu < 0 \\ \mu, & \text{para demais casos} \end{cases}$$

$$\lambda_{lim} = \begin{cases} \min \left\{ \lambda, \text{abs} \left(\frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} - \mu_{lim} \right), \text{abs} \left(\frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right) \right\}, & \text{se } (H > S \text{ e } \mu > 0) \text{ ou } (H < S \text{ e } \mu < 0) \\ \min \left\{ \lambda, \text{abs} \left(\frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right) \right\}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde:

$P_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para apreamento de contratos de opções com barreira Knock-in [Knock-in barrier option];

$P_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para apreamento de contratos de opções com barreira Knock-out [Knock-out barrier option];

$P_G(\cdot)$: Fórmula Geral para apreamento de contratos de opções (Garman) [Garman option pricing];

$H'(\cdot)$: Fórmula para ajuste de barreiras de opções flexíveis [adjusted barriers];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

H : Valor da barreira knock-in ou knock-out [knock-in/out barrier value];

R : Valor do rebate [rebate];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [up or down indicator].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

- d) Fórmula para apuração de opções flexíveis com uma barreira simples e uma Knock-in
Limit and Knock-in Barrier Flexible Option Pricing

$$P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = P_{Kin}(S; \mathbf{K}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - P_{Kin}(S; \mathbf{B}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta)$$

Onde:

$P_{S,Kin}(\cdot)$: Prêmio da opção [limit and knock-in option value];

$P_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para apuração de contratos de opções com barreira Knock-in [knock-in option value];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

B : Valor da barreira simples da Opção [limit barrier value];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

H : Valor da barreira knock-in [knock-in barrier value];

R : Valor do rebate [rebate];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [up or down indicator];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

- e) Fórmula para apuração de opções flexíveis com uma barreira simples e uma Knock-out
Limit and Knock-out Barrier Flexible Option Pricing

Se a barreira foi atingida previamente:

If the barrier has been previously breached:

$$P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) = R$$

Durante o *holding period*, a barreira foi atingida no dia t se:

During the holding period, barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

$$P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = P_{Kout}(S; \mathbf{K}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; \mathbf{R}; \eta) - P_{Kout}(S; \mathbf{B}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; \mathbf{0}; \eta)$$

Onde:

$P_{S,Kout}(\cdot)$: Prêmio da opção [*limit and knock-out option value*];

$P_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para apreamento de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out option value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

H : Valor da barreira knock-out [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

f) Fórmula para apreamento de opções flexíveis com uma barreira Knock-in e uma Knock-out
Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Pricing

Se a barreira *Knock-out* foi atingida previamente:

If the Knock-out barrier has been previously breached:

$$P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = R$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-out* foi atingida no dia t se:

During the holding period, the Knock-out barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{out}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{out}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão, se a barreira *Knock-in* foi atingida previamente:

Else, if the Knock-in barrier has been previously breached:

$$P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = P_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia t se:

During the holding period, the Knock-in barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Se $\eta_{in} = \eta_{out}$:

If $\eta_{in} = \eta_{out}$:

$$\begin{aligned}
 P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\
 &= P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in}) \\
 &- P_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\
 &+ P_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\
 &- P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in})
 \end{aligned}$$

Se $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

If $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

$$P_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = P_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in})$$

Onde:

$P_{Kin,Kout}(\cdot)$: Prêmio da opção [option value];

$P_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-in [knock-in option value];

$P_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos de opções com barreira Knock-out [knock-out option value];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

H_{in} : Valor da barreira knock-in [knock-in barrier value];

H_{out} : Valor da barreira knock-out [knock-out barrier value];

R : Valor do rebate [rebate];

η_{in} : Indicador up ou down da barreira in [knock-in barrier up or down indicator];

η_{out} : Indicador up ou down da barreira out [knock-out barrier up or down indicator].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

- g) Fórmula para apreçamento de opções flexíveis com uma barreira simples, uma Knock-in e uma Knock-out

Limit, Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Pricing

Se a barreira Knock-out foi atingida previamente:

If the Knock-out barrier has been previously breached:

$$P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = R$$

Durante o holding period, a barreira Knock-out foi atingida no dia t se:

During the holding period, the Knock-out barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{out}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{out}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão, se a barreira Knock-in foi atingida previamente:

Else, if the Knock-in barrier has been previously breached:

$$P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = P_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia t se:

During the holding period, the Knock-in barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; \text{ se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; \text{ se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Se $\eta_{in} = \eta_{out}$:

If $\eta_{in} = \eta_{out}$:

$$\begin{aligned} P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ = P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ - P_{S,Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

If $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

$$\begin{aligned} P_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ = P_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; R; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Onde:

$P_{S,Kin,Kout}(\cdot)$: Prêmio da opção [*option value*];

$P_{S,Kin}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos de opções com uma barreira simples e uma *Knock-in* [*limit and knock-in option value*];

$P_{S,Kout}(\cdot)$: Fórmula para apreçamento de contratos de opções com uma barreira simples e uma *Knock-out* [*limit and knock-out option value*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

H_{in} : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

H_{out} : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η_{in} : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];

η_{out} : Indicador *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].

$$\eta = \begin{cases} 1, \text{ se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, \text{ se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- h) Fórmula Geral para apreçamento de contratos de opções flexíveis no vencimento (Valor Intrínseco)
Flexible Option Intrinsic Value Pricing

$$P_{IFlex}(N; S; K; \varphi; \Theta) = \begin{cases} R; & \text{se a opção possui } \textit{knock-in} \text{ e este não foi atingido [unbreached knock-in]} \\ R; & \text{se a opção possui } \textit{knock-out} \text{ e este foi atingido [unbreached knock-out]} \\ N \times \max(\varphi \times (\min(S, B) - K); 0); & \text{se } \varphi = 1 \text{ e a opção possui barreira simples [call limit barrier]} \\ N \times \max(\varphi \times (\max(S, B) - K); 0); & \text{se } \varphi = -1 \text{ e a opção possui barreira simples [put limit barrier]} \\ N \times \max(\varphi \times (S - K); 0); & \text{qualquer outro caso [any other case]} \end{cases}$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia t se:

During the holding period, knock-in barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-out* foi atingida no dia t se:

During the holding period, knock-out barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{out}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{out}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Onde:

$P_{IFlex}(\cdot)$: Prêmio da opção [*option value*];

N : Valor nocional do contrato [*notional*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [*flexible option parameters*].

Θ é composto por:

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

H_{in} : Valor da barreira *Knock-in* [*knock-in barrier value*];

H_{out} : Valor da barreira *Knock-out* [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

3.6. Títulos Públicos e Privados / *Corporate and Government Bonds*

a) Fórmula Geral para apuração de Títulos pré-fixados

Prefixed Bond Pricing

$$P_{PR}(N; i) = \frac{N}{i}$$

Onde:

$P_{PR}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];

N : Valor nocional do título [*notional*];

i : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*].

b) Fórmula Geral para apreçamento de Títulos pré-fixados com *spread*
Prefixed Bond Pricing

$$P_{PRS}(N; i; s) = \frac{N}{i \times s}$$

Onde:

$P_{PRS}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];

N : Valor nocional do título [*notional*];

i : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*];

s : *Spread* de crédito, ao período e em fator, para o prazo do título [*spread*].

c) Fórmula para apreçamento de Títulos pré-fixados com pagamento de cupons
Prefixed Coupon Bond Pricing

$$P_{PRC}(N; i; r; n; p; n_t) = \begin{cases} N \times \left(\frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right), & \text{se } n_t = 0 \\ N \times \left(\frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} + \sum_{k=1}^{n_t} ((1+r)^{1/p} - 1) \right), & \text{se } n_t > 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{PRC}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];

N : Valor nocional do título [*notional*];

i_T : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*];

i_j : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*interest rate*];

r : Taxa de juro pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

n_t : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia t (inclusive). Caso dia t seja o primeiro dia do encerramento, $n_t = 0$ [*coupons paid*];

p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*];

T : Prazo para vencimento do título, em anos [*maturity*].

$T = ds/252$

d) Fórmula para apreçamento de Títulos Internacionais pré-fixados com pagamento de cupons
Prefixed Coupon International Bond Pricing

$$P_{PRCI}(N; i; r; n; p) = N \times \left(\frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right)$$

Onde:

$P_{PRCI}(\cdot)$: Valor presente do título internacional [*international bond present value*];

N : Valor nocional do título [*notional*];

i_T : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*];

i_j : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*interest rate*];

r : Taxa de juro pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*];

T : Prazo para vencimento do título, em anos [*maturity*].

$T = ds/252$

e) Fórmula para atualização do Valor Nocional de um título pós-fixado

Postfixed Notional Current Value

$$VNA_{TP}(V_0; S; S_0) = V_0 \times \frac{S}{S_0}$$

Onde:

$VNA_{TP}(\cdot)$: Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado [*notional current value*];

V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*].

f) Fórmula para atualização do Valor Nocional de um título pós-fixado com correção

Postfixed Accrual Notional Current Value

$$VNA_{PACR}(V_0; S; S_0; I) = V_0 \times I \times \frac{S}{S_0}$$

Onde:

$VNA_{PACR}(\cdot)$: Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado com correção [*notional current value*];

V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

I : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*].

g) Fórmula para apreamento de Títulos pós-fixados

Postfixed Bond Pricing

$$P_{PO}(V_0; S; S_0; i) = \frac{VNA_{TP}(V_0; S; S_0)}{i}$$

Onde:

$P_{PO}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];

$VNA_{TP}(\cdot)$: Fórmula Geral para atualização do valor nominal do título [*notional current value*];
 V_0 : Valor Nominal Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];
 S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];
 i : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*interest rate*].

h) Fórmula para apuração de Títulos pós-fixados com pagamento de cupons

Postfixed Coupon Bond Pricing

$$P_{POC}(V_0; S; S_0; i; r; n; p; n_t) = \begin{cases} VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \left(\frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right), & \text{se } n_t = 0 \\ VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \left(\frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} + \sum_{k=1}^{n_t} ((1+r)^{1/p} - 1) \right), & \text{se } n_t > 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{POC}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];
 $VNA_{TP}(\cdot)$: Fórmula Geral para atualização do valor nominal do título [*notional current value*];
 V_0 : Valor Nominal Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];
 S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];
 i_T : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*bond maturity interest rate*];
 i_j : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*coupon maturity interest rate*];
 r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];
 n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];
 n_t : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia t (inclusive). Caso dia t seja o primeiro dia do encerramento, $n_t = 0$ [*coupons paid*];
 p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

i) Fórmula para apuração de Títulos Internacionais pós-fixados com pagamento de cupons

Postfixed Coupon International Bond Pricing

$$P_{POCI}(V_0; S; S_0; i; r; n; p) = VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \left(\frac{1}{i_T} + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right)$$

Onde:

$P_{POCI}(\cdot)$: Valor presente do título internacional [*international bond present value*];
 $VNA_{TP}(\cdot)$: Fórmula Geral para atualização do valor nominal do título [*notional current value*];
 V_0 : Valor Nominal Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];
 S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];
 S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

i_T : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*bond maturity interest rate*];
 i_j : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*coupon maturity interest rate*];
 r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];
 n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];
 p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

- j) Fórmula para apuração de Títulos pós-fixados com correção e pagamento de cupons
Postfixed Accrual Coupon Bond Pricing

$$P_{PACR}(V_0; S; S_0; I; i; r; n; p; n_t) = \begin{cases} VNA_{PACR}(V_0; S; S_0; I) \times \left(1/i_T + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} \right), & \text{se } n_t = 0 \\ VNA_{PACR}(V_0; S; S_0; I) \times \left(1/i_T + \sum_{j=1}^n \frac{(1+r)^{1/p} - 1}{i_j} + \sum_{k=1}^{n_t} ((1+r)^{1/p} - 1) \right), & \text{se } n_t > 0 \end{cases}$$

Onde:

$P_{PACR}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];

$VNA_{PACR}(\cdot)$: Fórmula para atualização do valor nocional do título com correção [*notional current value*];

V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

I : Valor do índice *pro-rata* de correção referente ao período entre a última divulgação e a data de referência [*pro-rata accrual index*];

i_T : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do título [*bond maturity interest rate*];

i_j : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do cupom [*coupon maturity interest rate*];

r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];

n : Número de cupons restantes [*coupons quantity*];

n_t : Número de cupons pagos entre o primeiro dia do encerramento (exclusive) e o dia t (inclusive). Caso dia t seja o primeiro dia do encerramento, $n_t = 0$ [*coupons paid*];

p : Periodicidade de pagamento do cupom [*coupon frequency*].

- k) Fórmula para apuração de Títulos pós-fixados baseados em taxa *Libor*
First-Coupon Postfixed Bond Pricing

$$P_{LIB}(V_0; S; S_0; i; r; t1) = VNA_{TP}(V_0; S; S_0) \times \frac{(1+r)^{t1/252}}{i_{t1}}$$

Onde:

$P_{LIB}(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];

$VNA_{TP}(\cdot)$: Fórmula Geral para atualização do valor nocional do título [*notional current value*];

V_0 : Valor Nocional Atualizado do título pós-fixado na data de referência [*notional reference date value*];

S : Valor do índice de correção do título atual [*current index value*];

S_0 : Valor do índice de correção do título da data de referência [*reference date index value*];

r : Taxa de juros pré-fixada [*pre-fixed interest rate*];
 t_1 : Prazo para o próximo cupom [*next coupon maturity*];
 i_{t_1} : Taxa de juros, ao período e em fator, para o prazo do próximo cupom [*interest rate*].

- l) Fórmula para apuração de Cédulas de Produtos Rurais pré-fixadas (CPR)
Prefixed Rural Product Note Pricing

$$P_{CPRE}(N; i; s) = P_{PRS}(N; i; s)$$

Onde:

$P_{CPRE}(\cdot)$: Valor presente da cédula [*note present value*];
 $P_{PRS}(\cdot)$: Fórmula Geral para apuração de títulos pré-fixados com *spread* [*bond present value*];
 N : Valor nominal da cédula [*notional*];
 i : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo da cédula [*interest rate*];
 s : *Spread* de crédito, ao período e em fator, para o prazo da cédula [*spread*].

- m) Fórmula para apuração de Cédulas de Produtos Rurais pós-fixadas (CPR)
Postfixed Rural Product Note Pricing

$$P_{CPOS}(H; Q; F; i; s) = \frac{H \times Q \times F}{i \times s}$$

Onde:

$P_{CPOS}(\cdot)$: Valor presente da cédula [*note present value*];
 H : Taxa de câmbio auxiliar [*helper exchange rate*];
 Q : Quantidade ofertada na cédula [*offer quantity*];
 F : Valor futuro para o prazo da cédula [*forward value*];
 i : Taxa de juro, ao período e em fator, para o prazo da cédula [*interest rate*];
 s : *Spread* de crédito, ao período e em fator, para o prazo da cédula [*spread*].

- n) Fórmula para apuração de Títulos utilizando *Duration*
Duration Bond Pricing

$$P_D(V_0; D; y_{t,T}; y_{0,T}) = \frac{P_0}{100} \times (1 - D \times (y_{t,T} - y_{0,T}))$$

Onde:

$P_D(\cdot)$: Valor presente do título [*bond present value*];
 P_0 : MtM do título na data de cálculo [*present value*];
 D : Valor da *Duration* do título [*duration*];
 $y_{t,T}$: Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data corrente e a data de vencimento [*current date yield*];
 $y_{0,T}$: Taxa de correção do título, ao ano, referente ao prazo entre a data de referência e a data de vencimento [*reference date yield*].

4. Fórmulas de Delta de Opções / Option Delta Formulas

4.1. Opções Padronizadas / Plain Vanilla Options

a) Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman)

Garman Option Delta

$$\Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times e^{-c \cdot T} \times N(d_1)$$

$$d_1(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = \varphi \times \frac{\ln(S/K) + \left(i - c + \frac{\sigma^2}{2}\right) \times T}{\sigma \times \sqrt{T}}$$

Onde:

$\Delta_G(\cdot)$: Delta da opção [option delta];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$N(\cdot)$: Função de probabilidade Normal Padrão [standard normal cdf];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$T = ds/252$

b) Fórmula para cálculo do delta de opções sobre futuro de DI (Black modificado)

DI Future Black Option Delta

$$\Delta_{DI}(F; K; i_o; i_k; \sigma; T_{dc,o}; T_{dc,f}; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi) = \Delta_G(S; K'; i_o; i_o; \sigma; T_{dc,o}; \varphi)$$

$$S = \frac{K/F - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

$$K' = \frac{(1 + i_k)^{(T_{ds,f} - T_{ds,o})} - 1}{T_{dc,f} - T_{dc,o}}$$

Onde:

$\Delta_{DI}(\cdot)$: Delta da opção [option delta];

$\Delta_G(\cdot)$: Fórmula Geral para cálculo do delta [Garman Delta];

F : Valor do futuro ativo-objeto da opção [long future value];

K : Valor do futuro cujo vencimento coincide com o vencimento da opção [short future value];

i_k : Taxa de juro de exercício da opção, ao ano, para o prazo do contrato [strike interest rate];

i_o : Taxa de juro interna livre de risco para o prazo do contrato – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

σ : Volatilidade da opção [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 $T_{dc,o}$: Prazo para vencimento da opção, em dias corridos, em anos [calendar days maturity];
 $T_{dc,o} = dc/360$
 $T_{dc,f}$: Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias corridos, em anos [underlying calendar days maturity];
 $T_{dc,f} = dc/360$
 $T_{ds,o}$: Prazo para vencimento da opção, em dias de saque, em anos [reserve days maturity];
 $T_{ds,o} = ds/252$
 $T_{ds,f}$: Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias de saque, em anos [underlying reserve days maturity].
 $T_{ds,f} = ds/252$

c) Fórmula Geral para cálculo do ativo-objeto de uma opção em função do delta [Garman]

Garman Option Underlying from Delta

$$S_G(\Delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi) = K / \left[\exp \left[-\varphi \times N^{-1}(|\Delta| \times e^{c.T}) \times \sigma \sqrt{T} + \left(i - c + \frac{\sigma^2}{2} \right) \times T \right] \right]$$

Onde:

$S_G(\cdot)$: Ativo-objeto da opção a partir do delta [option underlying];
 $|\Delta|$: Delta da opção (valor absoluto) [delta absolute value];
 K : Preço de exercício [strike];
 i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];
 c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];
 σ : Volatilidade da opção [volatility];
 φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];
 $N^{-1}(\cdot)$: Função inversa de probabilidade Normal Padrão acumulada [inverse standard normal cdf];
 T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].
 $T = ds/252$

d) Fórmula para cálculo do futuro-objeto de uma opção sobre futuro de DI em função do delta (Black Modificado)

DI Future Black Underlying from Delta

$$F_{DI}(\Delta; K; i_o; i_k; \sigma; T_{ds,o}; T_{ds,f}; \varphi) = K / \left[\frac{(1 + i_k)^{T_{ds,f} - T_{ds,o}} - 1}{\exp \left[-\varphi \times N^{-1}(|\Delta| \times e^{i_o.T_{ds,o}}) \times \sigma \sqrt{T_{ds,o}} + \frac{\sigma^2}{2} \times T_{ds,o} \right]} + 1 \right]$$

Onde:

$F_{DI}(\cdot)$: Futuro-objeto da opção a partir do delta [option underlying from delta];
 $|\Delta|$: Delta da opção (valor absoluto) [delta absolute value];
 K : Valor do futuro cujo vencimento coincide com o vencimento da opção [short future value];
 i_k : Taxa de juro de exercício da opção, ao ano, para o prazo do contrato [strike interest rate];

i_o : Taxa de juro interna livre de risco para o prazo do contrato – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

$N^{-1}(\cdot)$: Função inversa de probabilidade Normal Padrão [inverse standard normal cdf];

$T_{ds,o}$: Prazo para vencimento da opção, em dias de saque, em anos [reserve days maturity];

$T_{ds,o} = ds/252$

$T_{ds,f}$: Prazo para vencimento do futuro objeto, em dias de saque, em anos [underlying reserve days maturity].

$T_{ds,f} = ds/252$

4.2. Opções Flexíveis / Flexible Options

a) Fórmula Geral para cálculo do delta de opções flexíveis

Flexible Option Delta

$$\Delta_{Flex}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; \Theta) = \begin{cases} \Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi) \\ \Delta_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) \\ \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ \Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \\ \Delta_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ \Delta_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ \Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \end{cases}$$

Onde:

$\Delta_{Flex}(\cdot)$: Delta da opção [option delta];

$\Delta_G(\cdot)$: Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman) [Garman option delta];

$\Delta_S(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira simples [limit barrier option delta];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-in [knock-in barrier option delta];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-out [knock-out barrier option delta];

$\Delta_{S,Kin}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreiras simples e Knock-in [limit and knock-in barrier option delta];

$\Delta_{S,Kout}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreiras simples e Knock-out [limit and knock-out barrier option delta];

$\Delta_{Kin,Kout}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreiras Knock-in e Knock-out [knock-in and knock-out barrier option delta];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [underlying];

K : Preço de exercício [strike];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [domestic interest rate];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [cost of carry];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [call/put indicator];

Θ : Conjunto de parâmetros de opções flexíveis [flexible option parameters];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [maturity].

$$T = ds/252$$

Θ é composto por:

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

H : Valor da barreira *knock-in* ou *knock-out* [*knock-in/out barrier value*];

H_{in} : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

H_{out} : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

η_{in} : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];

η_{out} : Indicador de barreira *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].

b) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples

Limit Barrier Flexible Option Delta

$$\Delta_S(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B) = \Delta_G(S; \mathbf{K}; i; c; \sigma; T; \varphi) - \Delta_G(S; \mathbf{B}; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

Onde:

$\Delta_S(\cdot)$: Delta da opção [*option value*];

$\Delta_G(\cdot)$: Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman) [*Garman option delta*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

c) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira Knock-in ou Knock-out

Knock-in/ Knock-out Barrier Flexible Option Delta

Se a barreira foi atingida previamente:

If the barrier has been previously breached:

$$\Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \Delta_G(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

Durante o *holding period*, a barreira foi atingida no dia t se:

During the holding period, barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Abaixo, considerar ajuste de barreiras por: $H = H'(H; S; \sigma)$

Consider bellow adjusted barriers as: $H = H'(H; S; \sigma)$

$$\Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \begin{cases} \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{\partial B}{\partial S} + \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ \frac{\partial B}{\partial S} - \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial A}{\partial S} + \frac{\partial E}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

$$\Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) = \begin{cases} \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{\partial C}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial B}{\partial S} - \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \\ \frac{\partial A}{\partial S} - \frac{\partial B}{\partial S} + \frac{\partial C}{\partial S} - \frac{\partial D}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K > H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K < H) \\ \frac{\partial F}{\partial S}, & \text{se } (\eta = 1 \text{ e } \varphi = -1 \text{ e } K < H) \text{ ou } (\eta = -1 \text{ e } \varphi = 1 \text{ e } K > H) \end{cases}$$

Derivadas:

Derivatives:

$$\frac{\partial A}{\partial S} = \frac{\partial p}{\partial S}(x_1) \quad \frac{\partial B}{\partial S} = \frac{\partial p}{\partial S}(x_2) \quad \frac{\partial C}{\partial S} = \frac{\partial q}{\partial S}(y_1) \quad \frac{\partial D}{\partial S} = \frac{\partial q}{\partial S}(y_2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial S}(x) = e^{-iT} \times \left\{ e^{(i-c)T} \times \left[N(\varphi x) + \frac{\varphi}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\varphi x) \right] - \frac{K}{S} \times \frac{\varphi}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\varphi \times (x - \sigma\sqrt{T})) \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial S}(x) = e^{-iT} \times & \left(\frac{H}{S} \right)^{2\mu_{im}} \\ & \times \left\{ - \left(\frac{H}{S} \right)^2 \times e^{(i-c)T} \times \left[(2\mu + 1) \times N(\eta x) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta x) \right] \right. \\ & \left. + \frac{K}{S} \times \left[(2\mu) \times N(\eta \times (x - \sigma\sqrt{T})) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (x - \sigma\sqrt{T})) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial S} = R \times \frac{e^{-iT}}{S} \times & \left\{ \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (x_2 - \sigma\sqrt{T})) \right. \\ & \left. + \left(\frac{H}{S} \right)^{2\mu_{im}} \times \left[2\mu \times N(\eta \times (y_2 - \sigma\sqrt{T})) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta \times (y_2 - \sigma\sqrt{T})) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial F}{\partial S} = -\frac{R}{S} \times \left(\frac{H}{S}\right)^{\mu_{lim}} \times \left\{ \left(\frac{H}{S}\right)^{\lambda_{lim}} \times \left[(\mu + \lambda) \times N(\eta z) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'(\eta z) \right] + \left(\frac{H}{S}\right)^{-\lambda_{lim}} \times \left[(\mu - \lambda) \times N\left(\eta \times (z - 2\lambda\sigma\sqrt{T})\right) + \frac{\eta}{\sigma\sqrt{T}} \times N'\left(\eta \times (z - 2\lambda\sigma\sqrt{T})\right) \right] \right\}$$

Variáveis auxiliares:

Auxiliary variables:

$$x_1 = \frac{\ln(S/K)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T} \quad x_2 = \frac{\ln(S/H)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T}$$

$$y_1 = \frac{\ln(H^2/SK)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T} \quad y_2 = \frac{\ln(H/S)}{\sigma\sqrt{T}} + (1 + \mu) \times \sigma\sqrt{T}$$

$$z = \frac{\ln(H/S)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\sigma\sqrt{T} \quad \mu = \frac{i - c - \sigma^2/2}{\sigma^2} \quad \lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2i}{\sigma^2}}$$

$$\mu_{lim} = \begin{cases} \min \left\{ \mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2} \right\}, & \text{se } H > S \text{ e } \mu > 0 \\ \max \left\{ \mu, \frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S) \times 2} \right\}, & \text{se } H < S \text{ e } \mu < 0 \\ \mu, & \text{para demais casos} \end{cases}$$

$$\lambda_{lim} = \begin{cases} \min \left\{ \lambda, \text{abs} \left(\frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} - \mu_{lim} \right), \text{abs} \left(\frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right) \right\}, & \text{se } (H > S \text{ e } \mu > 0) \text{ ou } (H < S \text{ e } \mu < 0) \\ \min \left\{ \lambda, \text{abs} \left(\frac{\ln(10^{300})}{\ln(H/S)} \right) \right\}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Onde:

$\Delta_{Kin}(\cdot)$: Fórmula de delta de opções com barreira Knock-in [*Knock-in barrier option delta*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$: Fórmula de delta de opções com barreira Knock-out [*Knock-out barrier option delta*];

$\Delta_G(\cdot)$: Fórmula Geral para cálculo do delta de contratos de opções (Garman) [*Garman option delta*];

$H'(\cdot)$: Fórmula para ajuste de barreiras de opções flexíveis [*adjusted barriers*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

H : Valor da barreira knock-in ou knock-out [*knock-in/out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

$N(\cdot)$: Função de Distribuição Normal Padrão Acumulada [*standard normal cdf*];

$N'(\cdot)$: Função Densidade da Distribuição Normal Padrão [*standard normal pdf*].

d) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples e uma Knock-in

Limit and Knock-in Barrier Flexible Option Delta

$$\begin{aligned} \Delta_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = \Delta_{Kin}(S; \mathbf{K}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - \Delta_{Kin}(S; \mathbf{B}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) \end{aligned}$$

Onde:

$\Delta_{S,Kin}(\cdot)$: Delta da opção [*limit and knock-in option delta*];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-in [*knock-in option delta*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

H : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

e) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples e uma Knock-out

Limit and Knock-out Barrier Flexible Option Delta

$$\begin{aligned} \Delta_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H; R; \eta) \\ = \Delta_{Kout}(S; \mathbf{K}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; R; \eta) - \Delta_{Kout}(S; \mathbf{B}; i; c; \sigma; T; \varphi; H; \mathbf{0}; \eta) \end{aligned}$$

Onde:

$\Delta_{S,Kout}$: Delta da opção [*option value*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira Knock-out [*knock-out option delta*];

S: Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K: Preço de exercício [*strike*];

B: Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

i: Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c: Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

H: Valor da barreira knock-out [*knock-out barrier value*];

R: Valor do rebate [*rebate*];

η : Indicador de barreira *up* ou *down* [*up or down indicator*];

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down = "S"} \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up = "S"} \end{cases}$$

T: Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

f) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com uma barreira Knock-in e uma Knock-out
Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Delta

Se a barreira *Knock-in* foi atingida previamente:

If the knock-in barrier has been previously breached:

$$\Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia t se:

During the holding period, barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Se $\eta_{in} = \eta_{out}$:

If $\eta_{in} = \eta_{out}$:

$$\begin{aligned} \Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) & \\ &= \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ &\quad - \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ &\quad + \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ &\quad - \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

If $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

$$\Delta_{Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in})$$

Onde:

$\Delta_{Kin,Kout}(\cdot)$: Prêmio da opção [*option delta*];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira *Knock-in* [*knock-in option delta*];

$\Delta_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira *Knock-out* [*knock-out option delta*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

H_{in} : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

H_{out} : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η_{in} : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];

η_{out} : Indicador de barreira *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

- g) Fórmula para cálculo do delta de opções flexíveis com barreira simples, uma *Knock-in* e uma *Knock-out*

Limit, Knock-in and Knock-out Barrier Flexible Option Delta

Se a barreira *Knock-in* foi atingida previamente:

If the knock-in barrier has been previously breached:

$$\Delta_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{S,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{out}; R; \eta_{out})$$

Durante o *holding period*, a barreira *Knock-in* foi atingida no dia t se:

During the holding period, barrier is breached at t if:

$$\begin{cases} S_t \leq H_{in}; & \text{se } \eta = 1 \\ S_t \geq H_{in}; & \text{se } \eta = -1 \end{cases}$$

Senão:

Else:

Se $\eta_{in} = \eta_{out}$:

If $\eta_{in} = \eta_{out}$:

$$\begin{aligned} &\Delta_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) \\ &= \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{in}; R; \eta_{in}) \\ &\quad - \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; \varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ &\quad + \Delta_{Kin}(S; K + R \times \varphi; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \\ &\quad - \Delta_{Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; -\varphi; H_{out}; 0; \eta_{in}) \end{aligned}$$

Se $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

If $\eta_{in} \neq \eta_{out}$:

$$\Delta_{S,Kin,Kout}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; H_{out}; R; \eta_{in}; \eta_{out}) = \Delta_{S,Kin}(S; K; i; c; \sigma; T; \varphi; B; H_{in}; R; \eta_{in})$$

Onde:

$\Delta_{Kin,Kout}(\cdot)$: Prêmio da opção [*option delta*];

$\Delta_{Kin}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira *Knock-in* [*knock-in option delta*];
 $\Delta_{Kout}(\cdot)$: Fórmula para cálculo do delta de contratos de opções com barreira *Knock-out* [*knock-out option delta*];

S : Preço a vista do ativo-objeto do contrato de opção [*underlying*];

K : Preço de exercício [*strike*];

i : Taxa de juro interna livre de risco – taxa continuamente composta [*domestic interest rate*];

c : Custo de carregamento do ativo-objeto – taxa continuamente composta [*cost of carry*];

σ : Volatilidade da opção [*volatility*];

φ : Indicador de opção de compra/venda (compra = 1/ venda = -1) [*call/put indicator*];

B : Valor da barreira simples da Opção [*limit barrier value*];

H_{in} : Valor da barreira *knock-in* [*knock-in barrier value*];

H_{out} : Valor da barreira *knock-out* [*knock-out barrier value*];

R : Valor do rebate [*rebate*];

η_{in} : Indicador *up* ou *down* da barreira *in* [*knock-in barrier up or down indicator*];

η_{out} : Indicador de barreira *up* ou *down* da barreira *out* [*knock-out barrier up or down indicator*].

$$\eta = \begin{cases} 1, & \text{se Indicador de Barreira Down} = "S" \\ -1, & \text{se Indicador de Barreira Up} = "S" \end{cases}$$

T : Prazo para vencimento da opção, em anos [*maturity*].

$$T = ds/252$$

5. Cálculo de Volatilidade de Opções / Options Volatility Calculation

5.1. Volatilidade Implícita / Implied Volatility

a) Cálculo da Volatilidade Implícita de uma Opção

Option Implied Volatility

O cálculo da Volatilidade Implícita de uma determinada opção deve ser realizado conforme os passos abaixo:

The Implied Volatility calculation for an option is performed according to:

1. Para cada Volatilidade Fracionada da Curva de Volatilidades por Delta referenciada pela Operação, calcula-se o delta correspondente:

For each Fractional Volatility of the Delta Volatility Curve the respective delta is assessed:

$$\Delta_{0,i} = \Delta\{S, K, i, c, \sigma_{0,i}, T, \varphi\}$$

O cálculo deve ser realizado respeitando-se a configuração de barreiras da opção (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento).

The calculation must consider modifications on delta formulas arising from barrier options (see Options Delta Formulas in this document).

2. Para cada delta calculado, considere:

For each calculated delta, consider:

$$\text{Se } \Delta_{0,i} < 0,$$

$$\Delta_{0,i} = \begin{cases} -\Delta_{0,i}, & \text{se a opção tem barreira simples [if it is a simple barrier option]} \\ \Delta_{0,i} + 1, & \text{se a opção não tem barreira simples [if it is not a simple barrier option]} \end{cases}$$

3. Para cada delta $\Delta_{0,i}$ calculado, calcula-se o valor da Volatilidade *Smile* por interpolação *Spline* Cúbico Natural a partir da Curva de Volatilidades por Delta (ver *Interpolação Spline Cúbico Natural de uma Curva a Termo* neste documento), ou seja:

For each delta $\Delta_{0,i}$, the value of the Volatility Smile is assessed using Natural Cubic Spline over the Delta Volatility Curve (see Natural Cubic Spline Interpolation for a Forward Curve in this document):

$$\sigma_{0,i}^{smile} = spline\{[\sigma(\Delta_1), \sigma(\Delta_2), \sigma(\Delta_3), \dots, \sigma(\Delta_N)]; \Delta_{0,i}\}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, Q$$

4. Para cada valor de Volatilidade *Smile* calculado, calcula-se o erro quadrático a partir de sua Volatilidade Fracionada correspondente, ou seja:

For each Volatility Smile value, the square error over the Fractional Volatility is measured:

$$\varepsilon_i = (\sigma_{0,i} - \sigma_{0,i}^{smile})^2$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, Q$$

5. Obtém-se a Volatilidade Implícita (σ) da opção a partir da Volatilidade Fracionada correspondente ao menor erro quadrático, ou seja:

The Option Implied Volatility (σ) is determined using the Fractional Volatility with the lowest square error:

$$i^* \rightarrow \varepsilon_{i^*} = \min_i(\varepsilon_i)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, Q$$

$$\sigma = \sigma_{0, i^*}$$

b) Cálculo do conjunto de Volatilidades Fracionadas a partir da Superfície de Volatilidades
Option Fractional Volatility

Considere a seguinte representação da Curva de Volatilidades por Delta:

Let the following vector represent the Delta Volatility Curve:

$$[\sigma(\Delta_1), \sigma(\Delta_2), \sigma(\Delta_3), \dots, \sigma(\Delta_N)]$$

Onde:

Where:

Δ_n : Valor do Delta do n -ésimo vértice da curva [*Delta Value for the curve vertex n*];

$\sigma(\Delta_n)$: Valor da Volatilidade do n -ésimo vértice da curva [*Volatility Value for the curve vertex n*];

N : Número de vértices na curva [*Number of vertices in the curve*].

Para o cálculo dos valores de Volatilidades Fracionadas, considere também a representação da seguinte Curva de Volatilidades Auxiliares:

Let also the following vector represent the Auxiliary Volatility Curve:

$$[\sigma(\Delta'_1), \sigma(\Delta'_2), \sigma(\Delta'_3), \dots, \sigma(\Delta'_p)]$$

E da lista de valores de Volatilidades Fracionadas:

The Fractional Volatilities are expressed by:

$$[\sigma_{0,1}, \sigma_{0,2}, \sigma_{0,3}, \dots, \sigma_{0,Q}]$$

O cálculo dos valores de Volatilidades Fracionadas deve ser realizado conforme os passos abaixo:

The Fractional Volatilities are calculated according:

1. Calcule o número de vértices da Curva de Volatilidades Auxiliares:

Calculate the number of vertices of the Auxiliary Volatility Curve:

$$P = \min\left(\frac{\Delta_N - \Delta_1}{\delta} + 1; \alpha\right)$$

Onde:

Where:

P : Número de vértices da Curva de Volatilidades Auxiliares [*Number of vertices of the Auxiliary Volatility Curve*];

Δ_N : Valor do Delta do último vértice da Curva de Volatilidades por Delta [Delta Value for the last vertex of the Delta Volatility Curve];

Δ_1 : Valor do Delta do primeiro vértice da Curva de Volatilidades por Delta [Delta Value for the first vertex of the Delta Volatility Curve];

δ : Parâmetro de Incremento [Increment Parameter];

α : Parâmetro de limite [Limit Parameter].

2. Para cada vértice i da Curva de Volatilidades Auxiliares, calcula-se o seu Delta:

For each vertex i of the Auxiliary Volatility Curve, calculate the Delta:

$$\Delta'_i = \Delta_1 + (i - 1) \times \delta$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, P$$

3. Para cada vértice i da Curva de Volatilidades Auxiliares, calcula-se o valor da Volatilidade por interpolação *Spline* Cúbico Natural a partir da Curva de Volatilidades por Delta (ver *Interpolação Spline Cúbico Natural de uma Curva a Termo* neste documento), ou seja:

For each vertex i of the Auxiliary Volatility Curve, calculate the Volatility value using Natural Cubic Spline Interpolation over the Delta Volatility Curve (see *Natural Cubic Spline Interpolation for a Forward Curve in this document*):

$$\sigma(\Delta'_i) = \text{spline}\{\sigma(\Delta_1), \sigma(\Delta_2), \sigma(\Delta_3), \dots, \sigma(\Delta_N)\}; \Delta'_i\}$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, P$$

4. Considere:

Define:

$$\sigma_{max} = \max_i \sigma(\Delta'_i)$$

$$\sigma_{min} = \min_i \sigma(\Delta'_i)$$

5. Calcule a quantidade de valores de Volatilidades Fracionadas:

Calculate the number of Fractional Volatilities values:

$$Q = \min\left(\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{\gamma} + 1; \beta\right)$$

Onde:

Where:

Q : Número de vértices da Curva de Volatilidades Fracionadas (arredondado para o inteiro posterior sem casas decimais) [Number of vertices of the Auxiliary Volatility Curve (rounding for the largest integer value)];

σ_{max} : Valor da maior volatilidade da Curva de Volatilidades Fracionadas [Largest Volatility Value for Fractional Volatility Curve];

σ_{min} : Valor da menor volatilidade da Curva de Volatilidades Fracionadas [Lowest Volatility Value for Fractional Volatility Curve];

γ : Parâmetro de Incremento [Increment Parameter];

β : Parâmetro de limite [Limit Parameter].

6. Finalmente, para cada item i da lista de Volatilidades Fracionadas, calcula-se o seu valor:

Finally, for each item i of the Fractional Volatilities calculate:

$$\sigma_{0,i} = \min(\sigma_{min} + (i - 1) \times \gamma; \sigma_{max})$$

$i = 1, 2, 3, \dots, Q$

6. Margem Mínima / *Minimum Margin Call*

6.1. Margem Mínima de Opções / *Option Minimum Margin Call*

a) Cálculo da Margem Mínima de uma Carteira de Opções

Option Minimum Margin Call

O cálculo do Prêmio Mínimo de opções deve ocorrer considerando-se apenas a carteira de opções sem ajuste do participante, e apenas o pior cenário de risco obtido pelo CORE. Este processo é válido para o CORE 0 e CORE M.

During Option Minimum Margin Call calculation, only the participant's non-future style options portfolio and the worst case risk scenario should be considered for evaluation. This process is applicable for CORE 0 and CORE M.

No contexto do cálculo da Margem Mínima, definimos o ativo-objeto como sendo os instrumentos que possuem os mesmos atributos, conforme a seguinte regra:

In this context, the underlying is defined as instruments with the same attributes, according with following rules:

Para as opções sobre ações, os atributos são *[For Equity Options, the attributes must be]:*

- Segmento *[Segment]*
- Mercado *[Market]*
- Mercadoria *[Commodity]*
- Símbolo *[Symbol]*

Para as demais opções, os atributos são *[For others Options, the attributes must be]:*

- Segmento *[Segment]*
- Mercado *[Market]*
- Mercadoria *[Commodity]*

Considerando-se um mesmo ativo-objeto e desprezando-se as opções com ajuste, seja a seguinte representação da carteira de opções sem ajuste do participante:

Let the participant's portfolio of non-future style options with a same given underlying be as follows:

Opções Call: $[c_1, c_2, \dots, c_{nc}]$

Opções Put: $[p_1, p_2, \dots, p_{np}]$

Caso não haja posições vendidas (quantidade < 0) na carteira, o processo de cálculo do prêmio mínimo deve ser desconsiderado.

If there are no short option positions in the portfolio (quantity < 0), this process should be finished.

Somando-se as quantidades das posições da carteira de opções, caso o resultado dessa soma seja maior ou igual a zero, o processo de cálculo do prêmio mínimo também deve ser desconsiderado.

By adding up the quantities of the portfolio option positions, if the result is greater than or equal to zero, this process should be finished.

O cálculo do Prêmio Mínimo da carteira de opções sem ajuste deve ser realizado conforme os passos abaixo:

Option Minimum Margin Call calculation is described on the following steps:

1. Calcule o delta para cada uma das opções da carteira do participante:

Calculate option delta for each option in the participant's portfolio:

$$\delta = \Delta\{S, K, i, c, \sigma, T, \varphi\}$$

O cálculo deve ser realizado respeitando-se a configuração de barreiras da opção (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento). O cálculo do delta para cada uma das opções da carteira resultará nos vetores:

This calculation should consider the barriers of flexible options (see Option Delta Formulas in this document). Option delta calculation results in the following vectors:

$$\text{Opções Call: } [\delta_{c_1}, \delta_{c_2}, \dots, \delta_{c_n}]$$

$$\text{Opções Put: } [\delta_{p_1}, \delta_{p_2}, \dots, \delta_{p_n}]$$

2. Considere que:

Let:

- c_{min} é a opção *call* de posição vendida (quantidade < 0) e cujo delta é o menor das opções *call*;

c_{min} be the short call option (quantity < 0) which delta is the smallest among the call options;

- Se houver mais de uma opção nesta condição, c_{min} é aquela de maior preço de exercício.

Existing more than one option with the smallest delta, let c_{min} be the one with the largest strike.

- p_{max} é a opção *put* de posição vendida (quantidade < 0) e cujo delta é o menor das opções *put*.

p_{max} be the short put option (quantity < 0) which delta is the smallest among the put options;

- Se houver mais de uma opção nesta condição, p_{max} é aquela de maior preço de exercício.

Existing more than one option with the smallest delta, let p_{max} be the one with the largest strike.

3. Considere que δ é um parâmetro do sistema igual a (e.g. 10%). Se $\delta_{c_{min}} > \delta$ e $\delta_{p_{max}} < -\delta$, o processo deve ser encerrado.

Let δ be a system parameter (e.g. 10%). If $\delta_{c_{min}} > \delta$ and $\delta_{p_{max}} < -\delta$ this process should be finished.

4. Identifique as posições “fora do dinheiro”, denotadas por:

May “out-of-the-money” positions be as follows:

- C_δ : as opções *call* com delta < δ e

C_δ : call options with delta < δ and

- P_δ : as opções *put* com delta > $-\delta$;

P_{δ} : put options with delta $> -\delta$;

5. Calcule o valor financeiro das posições “fora do dinheiro” $M(C_{\delta})$ e $M(P_{\delta})$:

Calculate “out-of-the-money” positions financial amount $M(C_{\delta})$ and $M(P_{\delta})$:

$$M(C_{\delta}) = \sum P(C_{\delta})$$

$$M(P_{\delta}) = \sum P(P_{\delta})$$

6. Para a opção c_{min} , calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se $\Delta=\delta$, onde δ é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

Calculate the underlying value from the c_{min} option delta (see *Option Delta Formulas* in this Document), considering $\Delta=\delta$, where δ is a system parameter (e.g. 10%):

$$S_{c_{min}} = S_G(\delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

7. Calcular o prêmio da opção c_{min} , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apuração mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apuração* neste documento):

Calculate the c_{min} option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see *Pricing Formulas* in this document):

$$P_{c_{min}} = P(S_{c_{min}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

8. Para a opção p_{max} , calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se $\Delta=\delta$, onde δ é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

Calculate the underlying value from the p_{max} option delta (see *Option Delta Formulas* in this Document), considering $\Delta=\delta$, where δ is a system parameter (e.g. 10%):

$$S_{p_{max}} = S_G(\delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

9. Calcular o prêmio da opção p_{max} , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apuração mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apuração* neste documento):

Calculate the p_{max} option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see *Pricing Formulas* in this document):

$$P_{p_{max}} = P(S_{p_{max}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

10. Para cada posição comprada em opção *call* c_i (quantidade > 0) cujo delta $\delta_{c_i} < \delta$, calcular o prêmio utilizando-se o ativo-objeto $S_{c_{min}}$:

For each long call position c_i (quantity > 0) with delta $\delta_{c_i} < \delta$, calculate its premium considering the underlying value $S_{c_{min}}$:

$$P_{c_i} = \max(P(S_{c_{min}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi); P_{c_i})$$

11. Para cada posição comprada em opção *put* p_i (quantidade > 0) cujo delta $\delta_{p_i} > -\delta$, calcular o prêmio utilizando-se o ativo-objeto $S_{p_{max}}$:

For each long call position c_i (quantity > 0) with delta $\delta_{c_i} < \delta$, calculate its premium considering the underlying value $S_{c_{min}}$:

$$P_{p_i} = \max(P(S_{p_{max}}; K; i; c; \sigma; T; \varphi); P_{p_i})$$

12. Para cada posição vendida em opção *call* c_i (quantidade < 0) cujo delta $\delta_{c_i} < \delta$, calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se $\Delta=\delta$, onde δ é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

*For each short call position c_i (quantity < 0) with delta $\delta_{c_i} < \delta$, calculate the underlying value from its delta (see *Option Delta Formulas in this Document*), considering $\Delta=\delta$, where δ is a system parameter (e.g. 10%):*

$$S_{c_i} = S_G(\delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

13. Calcular o prêmio da opção c_i , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apuração mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apuração* neste documento):

*Calculate the c_i option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see *Pricing Formulas in this document*):*

$$P_{c_i} = P(S_{c_i}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

14. Para cada posição vendida em opção *put* p_i (quantidade < 0) cujo delta $\delta_{p_i} > -\delta$, calcular o ativo-objeto em função do delta (ver *Fórmulas de Delta de Opções* neste documento), considerando-se $\Delta=\delta$, onde δ é um parâmetro do sistema (e.g. 10%):

*For each long put position p_i (quantity < 0) with delta $\delta_{p_i} > -\delta$, calculate the underlying value from its delta (see *Option Delta Formulas in this Document*), considering $\Delta=\delta$, where δ is a system parameter (e.g. 10%):*

$$S_{p_i} = S_G(\delta; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

15. Calcular o prêmio da opção p_i , utilizando-se o ativo-objeto obtido no passo anterior, respeitando-se a fórmula de apuração mapeada para o contrato em questão (ver *Fórmulas de Apuração* neste documento):

*Calculate the p_i option premium, considering the underlying value from the previous step, and the pricing formula related to this option contract (see *Pricing Formulas in this document*):*

$$P_{p_i} = P(S_{p_i}; K; i; c; \sigma; T; \varphi)$$

16. Calcular o valor financeiro das posições “fora do dinheiro” reavaliadas nos passos anteriores $M^*(C_\delta)$ e $M^*(P_\delta)$;

Calculate the financial amount $M^(C_\delta)$ and $M^*(P_\delta)$ from the “out-of-the-money” positions reassessed in the previous steps;*

17. Denotando por M' o valor financeiro das posições “dentro do dinheiro”, que não foram reavaliadas nos passos anteriores, a margem mínima da carteira de opções é definida como:

Let M' be the financial amount of the “in-the-money” positions, not assessed in the previous steps. The Option Minimum Margin Call is given by:

$$M = M' + \min(M^*(C_\delta); M(C_\delta)) + \min(M^*(P_\delta); M(P_\delta))$$

7. Fórmulas Auxiliares / *Additional Formulas*

7.1. Distribuição Normal / *Normal Distribution*

a) Distribuição Normal Padrão Univariada Acumulada

Cumulative Standard Normal Distribution

$$N(x) = \begin{cases} e^{-y^2/2} \times A/B, & \text{se } y < z \\ \frac{e^{-y^2/2}}{C \times c_1}, & \text{se } z \leq y < 37 \\ 0, & \text{se } y > 37 \end{cases}$$

$$A = \left(\left(\left(\left((a_1 \times y + a_2) \times y + a_3 \right) \times y + a_4 \right) \times y + a_5 \right) \times y + a_6 \right) \times y + a_7$$

$$B = \left(\left(\left(\left((b_1 \times y + b_2) \times y + b_3 \right) \times y + b_4 \right) \times y + b_5 \right) \times y + b_6 \right) \times y + b_7 \right) y + b_8$$

$$C = y + 1/(y + 2/(y + 3/(y + 4/(y + 0,65))))$$

Onde:

$$y = |x|$$

$$a_1 = 0,0352624965998911$$

$$a_2 = 0,700383064443688$$

$$a_3 = 6,37396220353165$$

$$a_4 = 33,912866078383$$

$$a_5 = 112,079291497871$$

$$a_6 = 221,213596169931$$

$$a_7 = 220,206867912376$$

$$b_1 = 0,0883883476483184$$

$$b_2 = 1,75566716318264$$

$$b_3 = 16,064177579207$$

$$b_4 = 86,7807322029461$$

$$b_5 = 296,564248779674$$

$$b_6 = 637,333633378831$$

$$b_7 = 793,826512519948$$

$$b_8 = 440,413735824752$$

$$c_1 = 2,506628274631$$

$$z = 7,07106781186547$$

b) Função Densidade da Distribuição Normal Padrão

Standard Normal Distribution Density Function

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times e^{-x^2/2}$$

c) Distribuição Normal Padrão Bivariada Acumulada

Cumulative Bivariate Standard Normal Distribution

$$M(a, b, \rho) = \text{CBND}$$

Código Visual Basic para CBND:

Visual Basic code for CBND:

```
Public Function CBND(X As Double, y As Double, rho As Double) As Double

Dim i As Integer, ISs As Integer, LG As Integer, NG As Integer
Dim xx(10, 3) As Double, W(10, 3) As Double
Dim H As Double, k As Double, hk As Double, hs As Double, BVN As Double, Ass As
Double, asr As Double, sn As Double
Dim a As Double, b As Double, bs As Double, c As Double, d As Double
Dim xs As Double, rs As Double

W(1, 1) = 0.17132449237917
xx(1, 1) = -0.932469514203152
W(2, 1) = 0.360761573048138
xx(2, 1) = -0.661209386466265
W(3, 1) = 0.46791393457269
xx(3, 1) = -0.238619186083197

W(1, 2) = 4.71753363865118E-02
xx(1, 2) = -0.981560634246719
W(2, 2) = 0.106939325995318
xx(2, 2) = -0.904117256370475
W(3, 2) = 0.160078328543346
xx(3, 2) = -0.769902674194305
W(4, 2) = 0.203167426723066
xx(4, 2) = -0.587317954286617
W(5, 2) = 0.233492536538355
xx(5, 2) = -0.36783149899818
W(6, 2) = 0.249147045813403
xx(6, 2) = -0.125233408511469

W(1, 3) = 1.76140071391521E-02
xx(1, 3) = -0.993128599185095
W(2, 3) = 4.06014298003869E-02
xx(2, 3) = -0.963971927277914
W(3, 3) = 6.26720483341091E-02
xx(3, 3) = -0.912234428251326
W(4, 3) = 8.32767415767048E-02
xx(4, 3) = -0.839116971822219
W(5, 3) = 0.10193011981724
xx(5, 3) = -0.746331906460151
W(6, 3) = 0.118194531961518
xx(6, 3) = -0.636053680726515
W(7, 3) = 0.131688638449177
xx(7, 3) = -0.510867001950827
W(8, 3) = 0.142096109318382
xx(8, 3) = -0.37370608871542
W(9, 3) = 0.149172986472604
xx(9, 3) = -0.227785851141645
W(10, 3) = 0.152753387130726
xx(10, 3) = -7.65265211334973E-02

If Abs(rho) < 0.3 Then
  NG = 1
  LG = 3
ElseIf Abs(rho) < 0.75 Then
```

```

    NG = 2
    LG = 6
Else
    NG = 3
    LG = 10
End If

H = -X
k = -y
hk = H * k
BVN = 0

If Abs(rho) < 0.925 Then
    If Abs(rho) > 0 Then
        hs = (H * H + k * k) / 2
        asr = ArcSin(rho)
        For i = 1 To LG
            For ISSs = -1 To 1 Step 2
                sn = Sin(asr * (ISSs * xx(i, NG) + 1) / 2)
                BVN = BVN + W(i, NG) * Exp((sn * hk - hs) / (1 - sn * sn))
            Next ISSs
        Next i
        BVN = BVN * asr / (4 * Pi)
    End If
    BVN = BVN + CND(-H) * CND(-k)
Else
    If rho < 0 Then
        k = -k
        hk = -hk
    End If
    If Abs(rho) < 1 Then
        Ass = (1 - rho) * (1 + rho)
        a = Sqr(Ass)
        bs = (H - k) ^ 2
        c = (4 - hk) / 8
        d = (12 - hk) / 16
        asr = -(bs / Ass + hk) / 2
        If asr > -100 Then BVN = a * Exp(asr) * (1 - c * (bs - Ass) * (1 - d * bs / 5) / 3 + c * d * Ass * Ass / 5)
        If -hk < 100 Then
            b = Sqr(bs)
            BVN = BVN - Exp(-hk / 2) * Sqr(2 * Pi) * CND(-b / a) * b * (1 - c * bs * (1 - d * bs / 5) / 3)
        End If
        a = a / 2
        For i = 1 To LG
            For ISSs = -1 To 1 Step 2
                xs = (a * (ISSs * xx(i, NG) + 1)) ^ 2
                rs = Sqr(1 - xs)
                asr = -(bs / xs + hk) / 2
                If asr > -100 Then
                    BVN = BVN + a * W(i, NG) * Exp(asr) * (Exp(-hk * (1 - rs) / (2 * (1 + rs))) / rs - (1 + c * xs * (1 + d * xs)))
                End If
            Next ISSs
        Next i
        BVN = -BVN / (2 * Pi)
    End If
    If rho > 0 Then
        BVN = BVN + CND(-Max(H, k))
    Else
        BVN = -BVN
        If k > H Then BVN = BVN + CND(k) - CND(H)
    End If
End If

```

CBND = BVN

End Function

d) Distribuição Normal Inversa Acumulada

Inverse Cumulative Normal Distribution

$$N^{-1}(x) = \text{CNDEV}$$

Código Visual Basic para CNDEV:

Visual Basic code for CBND:

```
Public Function CNDEV(U As Double) As Double

    Dim X As Double, r As Double
    Dim A As Variant, b As Variant, c As Variant

    A = Array(2.50662823884, -18.61500062529, 41.39119773534, -25.44106049637)
    b = Array(-8.4735109309, 23.08336743743, -21.06224101826, 3.13082909833)
    c = Array(0.337475482272615, 0.976169019091719, 0.160797971491821,
    2.76438810333863E-02, 3.8405729373609E-03, 3.951896511919E-04, 3.21767881767818E-
    05, 2.888167364E-07, 3.960315187E-07)

    X = U - 0.5
    If Abs(X) < 0.92 Then
        r = X * X
        r = X * (((A(3) * r + A(2)) * r + A(1)) * r + A(0)) /
        (((b(3) * r + b(2)) * r + b(1)) * r + b(0)) * r + 1)
        CNDEV = r
        Exit Function
    End If
    r = U
    If X >= 0 Then r = 1 - U
    r = Log(-Log(r))
    r = c(0) + r * (c(1) + r * (c(2) + r * (c(3) + r * (c(4) +
    r * (c(5) + r * (c(6) + r * (c(7) + r * c(8)))))))
    If X < 0 Then r = -r
    CNDEV = r

End Function
```

7.2. Conversão de Taxas / Rate Conversion

a) Conversão de Taxa ao Período para Taxa Continuamente Compоста

Continuously Compounded Interest Rate

$$i_{cc}(i; t_j; T) = \ln(i) \times T/t_j$$

Onde:

i_{cc} : Taxa continuamente composta [*continuously compounded interest rate*];

i : Taxa expressa ao período (em fator) [*interest rate*];

t_j : Quantidade de dias referente ao prazo j [maturity];

$$t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$$

T : Base da curva [curve base code].

b) Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização simples

Simple Capitalization Interest Rate

$$i_s(i_j; t_j; T) = i_j \times t_j / T + 1$$

Onde:

i : Taxa no período (em fator) [accrued interest rate];

i_j : Taxa expressa ao ano, em percentual, no prazo j [annual interest rate];

t_j : Quantidade de dias referente ao prazo j [maturity];

$$t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$$

T : Base da curva [curve base code].

c) Conversão de Taxa ao Ano para Taxa ao Período – capitalização composta

Composed Capitalization Interest Rate

$$i_c(i; t_j; T) = (1 + i_j)^{t_j / T}$$

Onde:

i : Taxa no período (em fator) [accrued interest rate];

i_j : Taxa expressa ao ano, em percentual, no prazo j [annual interest rate];

$$t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$$

T : Base da curva [curve base code].

7.3. Interpolação / Interpolation

a) Interpolação Forward de Curva a Termo

Forward Based Interpolation

$$V = V_j \times \left(\frac{V_{j+1}}{V_j} \right)^{\left(\frac{t-t_j}{t_{j+1}-t_j} \right)}$$

Onde:

V : Valor do Vértice (preço ou fator ao período) referente ao prazo-alvo [target maturity value];

V_j : Valor do Vértice no prazo j (preço ou fator ao período de acordo com a base da curva), imediatamente anterior ao prazo-alvo [*preceding value*];
 V_{j+1} : Valor do Vértice no prazo $j+1$ (preço ou fator ao período de acordo com a base da curva), imediatamente posterior ao prazo-alvo [*posterior value*];
 t : Quantidade de dias do Vértice referente ao prazo-alvo [*target maturity*];
 $t = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$
 t_j : Quantidade de dias do Vértice imediatamente anterior ao prazo-alvo [*preceding maturity*];
 $t_j = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$
 t_{j+1} : Quantidade de dias do Vértice imediatamente posterior ao prazo-alvo [*posterior maturity*];
 $t_{j+1} = \begin{cases} \text{dias de saque, se } T = 252 \\ \text{dias corridos, se } T = 360 \end{cases}$
 T : Base de interpolação [*interpolation base code*].

b) Interpolação Spline Cúbico Natural de Curva a Termo

Cubic Spline Based Interpolation

A interpolação por *Spline* Cúbico Natural deve ser realizada para encontrar-se o valor de um determinado vértice de índice x a partir de uma lista de vértices ordenada por índice, conforme segue:

Cubic Spline based interpolation is performed to find a value from a given vertex from a vertices ordered array, as follows:

$$\sigma(x) = \text{spline}\{\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)\}; x\}$$

Onde:

Where:

$\sigma(x)$: Valor do vértice de índice x [*vertex value at index x*];

$\sigma(y_n)$: Valor do n -ésimo vértice da lista de vértices ordenada por índice [*vertex value at index y_n*];

N : Número de vértices da lista [*Number of vertices*];

x : Índice do vértice-alvo da interpolação por *Spline* Cúbico Natural [*interpolation target index*].

Para o cálculo do *Spline*, considere duas listas de vértices auxiliares $\sigma''(y)$ e $u(y)$, de mesmo tamanho da lista original (N vértices), com os mesmos índices, ou seja:

Consider two auxiliary vertices arrays, both with the same length and indexes as the previous one, as follows:

$$\begin{aligned} &[\sigma''(y_1), \sigma''(y_2), \sigma''(y_3), \dots, \sigma''(y_N)] \\ &[u(y_1), u(y_2), u(y_3), \dots, u(y_N)] \end{aligned}$$

O cálculo deve ser realizado conforme os passos abaixo:

The calculation is performed according to the following steps:

1. Considere, para os primeiros e últimos vértices das listas auxiliares:

Define, for the first and last vertices of the auxiliary arrays:

$$\sigma''(y_1) = 0$$

$$u(y_1) = 0$$

$$\sigma''(y_N) = 0$$

$$u(y_N) = 0$$

2. Para cada vértice n da lista original, a partir do segundo ($\sigma''(y_2)$) até o penúltimo ($\sigma''(y_{N-1})$):

For each n vertex from the first array, from the second ($\sigma''(y_2)$) through the $N-1$ -th ($\sigma''(y_{N-1})$):

$$s(n) = \frac{y_n - y_{n-1}}{y_{n+1} - y_{n-1}}$$

$$p(n) = s(n) \times \sigma''(y_{n-1}) + 2$$

$$\sigma''(y_n) = \frac{s(n) - 1}{p(n)}$$

$$u(y_n) = \frac{\sigma(y_{n+1}) - \sigma(y_n)}{y_{n+1} - y_n} - \frac{\sigma(y_n) - \sigma(y_{n-1})}{y_n - y_{n-1}}$$

$$u(y_n) = \frac{\frac{6 \times u(y_n)}{y_{n+1} - y_{n-1}} - s(n) \times u(y_{n-1})}{p(n)}$$

3. Para cada vértice n da lista auxiliar $\sigma''(y)$, a partir do penúltimo ($\sigma''(y_{N-1})$) até o segundo ($\sigma''(y_2)$), em ordem decrescente:

For each vertex n from the $\sigma''(y)$ auxiliary list, from the $N-1$ -th ($\sigma''(y_{N-1})$) through the second ($\sigma''(y_2)$), in descending order:

$$\sigma''(y_n) = \sigma''(y_n) \times \sigma''(y_{n+1}) + u(y_n)$$

4. Realize os seguintes cálculos:

Perform calculation as follows:

$$A = \frac{y_{x+1} - x}{y_{x+1} - y_{x-1}}$$

$$B = 1 - A$$

$$C = \frac{1}{6} \times (A^3 - A) \times (y_{x+1} - y_{x-1})^2$$

$$D = \frac{1}{6} \times (B^3 - B) \times (y_{x+1} - y_{x-1})^2$$

$$\sigma(x) = A \times \sigma(y_{x-1}) + B \times \sigma(y_{x+1}) + C \times \sigma''(y_{x-1}) + D \times \sigma''(y_{x+1})$$

Onde:

Where:

x : Índice do vértice-alvo da interpolação [*target vertex index*];

y_{x+1} : Índice do vértice imediatamente posterior a x [*posterior index*];

y_{x-1} : Índice do vértice imediatamente anterior a x [*preceeding index*];

$\sigma''(y_{x+1})$: Valor do vértice imediatamente posterior a x da lista auxiliar $\sigma''(y)$ [*posterior value*];

$\sigma''(y_{x-1})$: Valor do vértice imediatamente anterior a x da lista auxiliar $\sigma''(y)$ [*preceeding value*];

$\sigma(x)$: Valor do vértice-alvo da interpolação [*target vertex value*].

Obs.:

- Se $x < y_1 \Rightarrow \sigma(x) = \sigma(y_1)$
- Se $x > y_N \Rightarrow \sigma(x) = \sigma(y_N)$
- Se $\sigma(x) < \min[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)] \Rightarrow \sigma(x) = \min[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)]$
- Se $\sigma(x) > \max[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)] \Rightarrow \sigma(x) = \max[\sigma(y_1), \sigma(y_2), \sigma(y_3), \dots, \sigma(y_N)]$

7.4. Barreira de Opções Flexíveis / Flexible Option Barrier

a) Ajuste em Barreira de Opções Flexíveis

Flexible Option Adjusted Barrier

$$H'(H, S, \sigma) = \begin{cases} H \times e^{\beta \times \sigma \times \sqrt{T}}, & \text{se } H > S \\ H \times e^{-\beta \times \sigma \times \sqrt{T}}, & \text{se } H < S \end{cases}$$

Onde:

$H'(\cdot)$: Barreira ajustada da opção [option adjusted barrier];

H : Valor da barreira da opção [barrier value];

S : Valor do ativo-objeto da opção [option underlying];

σ : Volatilidade da opção [volatility];

$\beta = 0,5826$

$T = 1/252$